

Zamiast omawiać któreś z tysięcy znanych obecnie doświadczeń tego typu założmy, że  $E \neq 0$ , i zbadajmy jedną z konsekwencji tego faktu. Patrząc na wzór (19) widzimy, że stała  $E$  ma wymiar  $\frac{v_0^2}{m^2}$ . Zdefiniujmy nową stałą

$$(24) \quad v_0 = \frac{1}{\sqrt{E}}$$

o wymiarze prędkości. Łatwo dowieść, że dla  $V, \Omega < v_0$  prędkość wypadkowa „ $V+\Omega$ ” dana wzorem (23) jest też mniejsza od  $v_0$ . Na proces rozpędzania ciała możemy patrzeć w specjalny sposób, jako na proces składania prędkości. Układem wyjściowym, względem którego mierzymy prędkości i względem którego ciało na początku spoczywało, jest układ  $U$ . Po pewnym czasie (niewielkim) rozpędzone ciało uzyskało prędkość  $\Delta v$ . Wprowadzamy układ  $U'$  poruszający się względem  $U$  z prędkością  $\Delta v$ . Względem tego nowego układu ciało spoczywa pod koniec pierwszego etapu rozpędzania. Ale przypuśćmy, że czynnik rozpędzający działa nadal. Nada on w drugim etapie prędkość  $\Delta v'$  względem  $U'$ . Wypadkowa prędkość względem układu wyjściowego wyniesie

$$(25) \quad \text{„}\Delta v + \Delta v'\text{”} = \frac{\Delta v + \Delta v'}{1 + E\Delta v \cdot \Delta v'} < v_0.$$

Możemy znów wprowadzić układ poruszający się z tą prędkością i rozważyć kolejny etap prowadzący do prędkości

$$(26) \quad \text{„}\Delta v + \Delta v'' + \Delta v'''\text{”} < v_0,$$

znów mniejszej od  $v_0$ . Niezależnie od ilości etapów rozpędzania końcowa prędkość nie tylko nie przekroczy, ale nawet nie osiągnie  $v_0$ . Prędkość  $v_0$  pozostaje prędkością graniczną. Można dowieść, że

gdy czynnik rozpędzający nadaje w kolejnym etapie tę samą prędkość  $\Delta v$  (względem układu, w którym ciało spoczywało na początku tego etapu), to po  $n$  etapach prędkość względem układu wyjściowego wyniesie

$$(27) \quad v(n) = \frac{\left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right)^n - \left(1 - \frac{\Delta v}{v_0}\right)^n}{\left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right)^n + \left(1 - \frac{\Delta v}{v_0}\right)^n} v_0$$

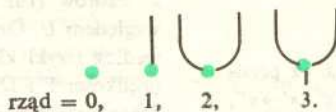
(Czytelnik może spróbować udowodnić ten wzór przez indukcję), zbliża się zatem nieograniczenie do  $v_0$ , gdy  $n \rightarrow \infty$ . Łatwo również wykazać, że gdy prędkość  $\Omega = v_0$ , to „ $V+\Omega$ ” =  $v_0$  niezależnie od  $V$ .

Prędkość  $v_0$ , oprócz tego, że jest prędkością graniczną, ma własność pozwalającą nadać jej nazwę prędkości absolutnej. Jeśli jakiś obiekt porusza się z prędkością  $v_0$  względem układu  $U'$ , to porusza się z tą samą prędkością  $v_0$  względem każdego innego układu  $U$  niezależnie od prędkości względnej  $U$  i  $U'$ . Teoria względności nie twierdzi, że obiekt czy obiekty takie muszą istnieć w przyrodzie, jeśli jednak istnieją, to ich prędkości są takie same i równe granicznej prędkości wszelkich ciał. Do obiektów takich należy między innymi światło, zatem możemy  $v_0$  utożsamić z prędkością światła. Tak też zazwyczaj nazywa się tę stałą i oznacza symbolem  $c$  ( $c \approx 300000$  km/s). Pozwala to przepisać transformację Lorentza w znanej postaci

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad \text{„}V+\Omega\text{”} = \frac{V+\Omega}{1 + \frac{V\Omega}{c^2}}$$



Brukselka nie jest grą nową. Swego czasu była znana jako „mały topolog”, potem jednak słuch o niej zaginął, a wydaje się, że warto ją przypomnieć. Brukselka jest grą dwuosobową, amatorzy mogą jednak tworzyć wariacje na jej temat (gra trójosobowa, czterosobowa itd.). Do gry potrzebna jest kartka papieru i pisak. Grający rysują linie i kropki. Rzędem kropki będziemy nazywali liczbę wychodzących z niej linii. I tak poniższe kropki mają odpowiednio:

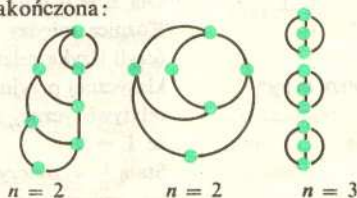


Pozostałe przypadki nie będą nas interesowały.

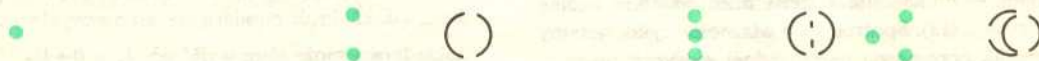
Jak się gra w brukselkę? Na początku na kartce papieru zaznaczonych jest  $n$  kropek,  $n = 1, 2, 3, \dots$  Gracze kolejno prowadzą linie od kropki do kropki (może to być ta sama kropka) i na tej linii zaznaczają nową kropkę (rzęd nowej kropki jest oczywiście równy 2). Reguły są następujące:

- 1) linie nie mogą się przecinać,
- 2) każda kropka może mieć rzęd co najwyżej trzy, tzn. jeżeli kropka ma rzęd 3, to nie może być ona ani początkiem, ani końcem nowej linii — nie bierze już udziału w grze,
- 3) przegrywa gracz, który nie może wykonać ruchu.

A oto przykładowe sytuacje końcowe, gra została zakończona:



Gdy  $n = 1$ , przebieg partii jest zdeterminowany, nieciekawym, gracz, który zaczyna, skazany jest na porażkę. Kolejne fazy tej gry są następujące:



sytuacja wyjściowa

po pierwszym ruchu

po drugim ruchu

lub i koniec.

Założmy, że obaj gracze bardzo dobrze grają w brukselkę. Zastanówcie się, czy istnieje strategia wygrywająca dla któregoś z grających przy  $n = 2, 3, 4, 5$  (dla  $n = 2$  problem nie jest trudny).