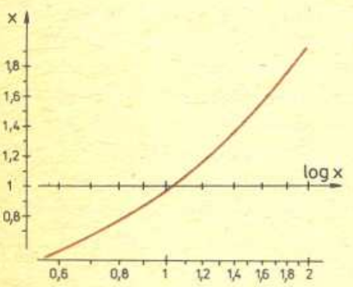
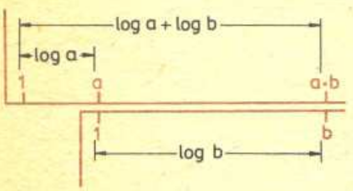
O skalach funkcyjnych, o suwakach niekoniecznie logarytmicznych i o krajobrazie z przednim planem

Doc. dr Andrzej SZYBIAK

Żyjąc w dobie komputeryzacji często zapominamy albo też nie zauważamy, jak byśmy mogli sobie ułatwić pracę i rozrywkę stosując do szybkiego wykonywania przybliżonych wyliczeń stare, proste metody graficzne. Metody te mają tę zaletę, że stosując je ćwiczymy się w szybkim ocenianiu wyniku, uczymy się przewidywać, gdzie na prostej liczbowej znajdzie się interesująca nas wielkość. Prostym, a w wielu wypadkach niezastąpionym przyrządem ułatwiającym nam szybkie rachunki przybliżone, jest suwak logarytmiczny. Wprawdzie nie o logarytmicznym ma tu być mowa, ale na początek zastanówmy się nad zasadą mnożenia na suwaku. Mamy dwie listewki, na każdej z nich jest zaznaczona skala funkcji $x \mapsto \log_{10}x$. Skala ta powstaje w ten sposób, że na osi wartości funkcji (osi y, przy czym $y = \log_{10}x$) zaznaczamy wartości funkcji odpowiadające pewnym wybranym wartościom zmiennej i przy tych punktach wypisujemy wartości argumentu. Bardziej poglądowo rzecz ujmując postępujemy tak: robimy wykres funkcji logarytmicznej, powiedzmy, w przedziale [0,6; 1,1] a następnie rzutujemy na oś wartości funkcji punkty wykresu odpowiadające wybranym wartościom argumentu.



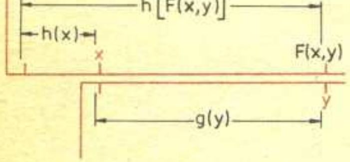
Przy otrzymanych rzutach wypisujemy odpowiednie wartości argumentu. Logarytm iloczynu dwóch danych liczb a i b otrzymamy, ustawiając jedną skalę funkcji logarytmicznej względem drugiej takiej skali tak, aby dodać długości odcinków odpowiadających logarytmom tych liczb. Taka jest zasada suwaka logarytmicznego, genialnego w swojej prostocie przyrządu, który ułatwiając rachunki ćwiczy zarazem w szybkim przewidywaniu wyniku, wykrywaniu błędów rachunkowych, interpolowaniu wzrokiem i w tym wszystkim, co robimy na osi liczbowej.



Suwak logarytmiczny nie jest jedynym suwakiem stosowanym w praktyce. Uogólnienia i modyfikacja narzucają się same. Niech h i g będą dwiema funkcjami ciągłymi i monotonicznymi, określonymi, powiedzmy, na półprostej $x \geqslant 0$ i niech w oznacza funkcję odwrotną do h. Podamy metodę konstruowania suwaka do obliczania wartości następującej funkcji dwóch zmiennych

$$F(x, y) = w(h(x)+g(y))$$

oraz zastosowania takiego suwaka do szybkiego oszacowania tzw. głębi ostrości przy fotografowaniu. Na jednej linijce zaznaczamy skalę funkcji h, na drugiej skalę funkcji g, obie w interesujących nas przedziałach. Wartości funkcji F znajdujemy według schematu, który najlepiej odczytamy z rysunku-przykładu.



Modyfikacja będzie polegała na tym, że skale funkcyjne zaznaczamy na dwóch koncentrycznych okręgach lub pierścieniach obracających się wokół wspólnej osi. Takie właśnie suwaki mamy na pierścieniach służących do nastawiania odległości oraz wielkości przysłony u większości współczesnych aparatów fotograficznych. Ażeby zapoznać się z ich zasadą działania warto zapoznać się z kilkoma faktami i wzorami z optyki fotograficznej. Wtedy lepiej zrozumiemy przyczynę nieostrości niektórych zdjęć i będziemy mogli konstruować suwaki do szybkiego oszacowywania głębi ostrości w przypadkach, kiedy albo obiektyw, którym się posługujemy, nie jest wyposażony w odpowiednie skale na pierścieniach, albo też stawiamy sobie wymagania wyższe od „fabrycznych" odnośnie do ostrości negatywu.

Zacznijmy może od pojęcia głębi ostrości. Jeżeli obejrzymy zdjęcie formatu 13 × 18, lub większego, przez szkło powiększające, to zauważymy, że granice pomiędzy obszarami czarnym a białym nie są na ogół liniami „geometrycznymi", a smużkami o różnych odcieniach szarości. Właśnie szerokość tych smużek stanowi o ostrości zdjęcia. W praktyce amatorskiej przyjmuje się, że odbitka (powiększenie) jest ostra, jeżeli szerokość tych smużek nie przekracza 1/10 mm. Obraz świecącego punktu rzucony na materiał negatywowy przez obiektyw aparatu nie jest punktem, a krążkiem, tzw. krążkiem rozproszenia. Robiąc z tego negatywu powiększenie, np. siedmiokrotne, tylokrotnie powiększamy krążek rozproszenia. A więc w tym przykładzie negatyw będziemy uważać za praktycznie ostry, jeżeli średnica krążka rozproszenia na nim nie przekracza $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{10}$ mm.

Średnica p krążka rozproszenia na negatywie jest funkcją następujących wielkości:

- odległości fotografowanego punktu od obiektywu,
- odległości optycznego środka obiektywu od kliszy,
- czynnej średnicy d obiektywu,
- ogniskowej f obiektywu,

no i wad aparatu. (Przecież żaden obiektyw nie jest idealnie skorygowany na światło białe i jego ustawienie nigdy nie jest idealne. Te sprawy jednak tu pomijamy.)

Poprowadźmy wzdłuż osi optycznej aparatu półprostą od obiektywu w kierunku, w którym fotografujemy. Punkty świecące na tej półprostej, których obrazami na negatywie są krążki

rozproszenia o wielkości dostatecznie małej, tworzą oczywiście pewien przedział. Przedział ten nazywamy przedziałem ostrości. Wielkość tego przedziału zależy od tego, jakimi powiększeniami zadowolimy się. Inaczej mówiąc, od tego, jakie dopuszczamy maksymalne krążki rozproszenia na negatywie.

W celu funkcyjnego ujęcia rozważanych wielkości wprowadzimy pojęcie odległości nadogniskowej. Tak nazywamy najmniejszą odległość H, mierzoną wzdłuż osi aparatu, taką, że jeżeli nastawimy aparat na ∞, to przedziałem ostrości będzie przedział (H, ∞). Jeżeli przez p oznaczymy dopuszczalną średnicę krążka rozproszenia, przez f odległość ogniskową obiektywu, a przez c względną wielkość przysłony, to odległość nadogniskowa wyraża się wzorem

$$H = \frac{f^2}{cp} + f.$$

Ponieważ w praktyce zwykłej fotografii ogniskowa f jest wielkością bardzo małą w porównaniu z H, więc w rachunkach będziemy odrzucać drugi składnik prawej strony i będziemy korzystać ze wzoru

$$H = k/c,$$

gdzie $$k = f^2/p = 10^4 f^2/\text{krotność powiększenia}.$$

Przykład: Fotografujemy aparatem formatu 6×6, odległość ogniskowa wynosi 80 mm, przysłona $c = 5{,}6$ i będziemy robić powiększenia formatu 18×24 cm. Należy więc przyjąć krotność powiększenia $l = 24:6 = 4$ i mamy $p = \frac{1}{40}\ \text{mm}^{-1} = 25 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^{-1}$. Wyrażając wszystkie wielkości w metrach mamy więc $k = 0{,}08^2:(25 \cdot 10^{-6}) = 256$ m. A teraz $H = 256:5{,}6 = 45{,}7$ m. A więc nastawiając aparat na ∞ otrzymamy praktycznie ostre obrazy przedmiotów znajdujących się na osi obiektywu w odległości co najmniej 45,7 m.

Z wzorów, które zaraz podamy, wyniknie, że jeżeli nastawimy aparat na odległość ogniskową H, to praktycznie ostre będą obrazy przedmiotów w odległościach większych od $H/2$.

Nastawmy aparat na odległość b. A więc ten obiekt, który ma wypaść najostrzej, znajduje się w odległości b od środka optycznego obiektywu. Nastawienie polega na tym, że przy pomocy odpowiedniego pierścienia ustawiamy obiektyw w takiej odległości a od negatywu, że $(a-f)(b-f) = f^2$. Oznaczając przez b_1 i b_2 odpowiednio początek i koniec przedziału ostrości obliczamy te wielkości z następujących wzorów:

$$b_1 = \frac{Hb}{H+b} \qquad b_2 = \frac{Hb}{H-b},$$

a wyrażając odległość nadogniskową przez wyżej wprowadzone wielkości k i c mamy

$$b_1 = \left(\frac{1}{b} + \frac{c}{k}\right)^{-1} \qquad b_2 = \left(\frac{1}{b} - \frac{c}{k}\right)^{-1}.$$

Jeżeli stosując powyższy wzór otrzymamy wartość ujemną lub zero na b_2, to — oczywiście — przedział ostrości będzie od b_1 do ∞.

Dla szybkiego szacowania głębi ostrości skonstruujemy więc suwak tego typu, co rozważany na początku naszej czytanki dla funkcji $F(x, y) = w(h(x)+g(y))$, gdzie w i h są wzajemnie odwrotne. W naszym przypadku będzie $h(b) = 1/b$ dla $b > 0$, $h(\infty) = 0$, a więc $w(z) = 1/z$ i $g(c) = c/k$ oraz $\tilde{g}(c) = -c/k$ dla b_2.

Wykonując skalę funkcji h zwróćmy uwagę na nietrudny do sprawdzenia fakt, mianowicie, że odstępy na skali będą równomierne, jeżeli dla trzech kolejnych wartości argumentu x_{i-1}, x_i, x_{i+1} zachodzi równość

$$\frac{1}{x_i} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x_{i-1}} + \frac{1}{x_{i+1}}\right).$$

Inaczej: x_i jest średnią harmoniczną liczb x_{i-1} i x_{i+1}. A stąd

$$x_{i+1} = \frac{x_{i-1}x_i}{2x_{i-1} - x_i}.$$

Przyjmując np. $x_0 = \infty$, $x_1 = 60$ m mamy więc $x_2 = 30$ m, a dalej $x_3 = 60 \cdot 30:(2 \cdot 60 - 30) = 20$ m, $x_4 = 15$ m, $x_5 = 12$ m, $x_6 = 10$ m, $x_7 = 60:7 = 8{,}5$ m, $x_8 = 7{,}5$ m, $x_9 = 20:3 = 6{,}66$ m, $x_{10} = 6$ m itd. Skale obu funkcji g i $\tilde{g}$ umieszczamy na wspólnej listewce względnie na tarczy. Poniższy rysunek przedstawia fragment suwaka wykonanego przy następujących wymaganiach: odległość ogniskowa $f = 50$ mm i żądamy, ażeby powiększenia negatywów małoobrazkowych do formatu 13×18 były praktycznie ostre, czyli stopień powiększenia $l = 6$. Wyliczamy $k = 150$. (Wytwórnie aparatów zaopatrujące oprawy obiektywów amatorskich w pierścień ze skalą do szacowania głębi ostrości przyjmują niższe wymagania, zwykle $l = 3$).

Z obrazka wynika, że jeżeli nastawimy aparat na $b = 12$ m i przyjmiemy liczbę przysłony $c = 2{,}8$, to przedział ostrości będzie — ostrożnie szacując — od 10 m do 22 m. Chcąc mieć horyzont ostry, a więc by ∞ mieściła się w przedziale ostrości, zastosujemy przysłonę o liczbie 11.