5. Podamy teraz podstawowe twierdzenia dotyczące wprowadzonych pierścieni i wiążące się z liczbą klas oraz jednoznacznością rozkładu.
Jednym z najważniejszych i najstarszych rezultatów w tej dziedzinie jest następujące twierdzenie, podające związek między liczbą klas a jednoznacznością rozkładu: *W pierścieniu* R_D *lub* $R[p]$ *zachodzi twierdzenie o jednoznaczności rozkładu wtedy i tylko wtedy, gdy jego liczba klas równa jest* 1, tj. gdy wszystkie ideały są równoważne.
Twierdzenie to sprowadza zagadnienie jednoznaczności rozkładu do obliczenia liczby klas. Dla konkretnego pierścienia nie jest to zagadnienie trudne, szczególnie przy użyciu maszyn cyfrowych. Znacznie trudniej jest wyznaczyć wszystkie pierścienie o tej własności. Okazuje się, że pierścieni R_D przy D ujemnym, oraz $R[p]$ z jednoznacznością rozkładu jest skończenie wiele. Dla pierścieni R_D z D dodatnim tego nie wiemy. Obliczenia numeryczne skłaniają do przypuszczenia, że takich D jest nieskończenie wiele, ale metody matematyki współczesnej nie są dostatecznie mocne na to, by problem ten rozstrzygnąć.
A oto lista ujemnych D, dla których w R_D zachodzi twierdzenie o jednoznacznym rozkładzie: $D = -1, -2, -3, -7, -11, -19, -43, -67, -163$. Pierwszy dowód tego, że nie ma innych D ujemnych o tej własności podał młody matematyk amerykański, H. M. Stark, w 1967 roku. Dla pierścieni $R[p]$ sytuacja jest podobna. Wiemy, dzięki badaniom K. Uchidy, J. Masleya i H. Montgomery'ego, że jednoznaczność rozkładu zachodzi w $R[p]$ jedynie dla $p = 3, 5, 7, 11, 13, 17$ oraz 19.
Znane są także wszystkie pierścienie cyklotomiczne oraz pierścienie kwadratowe R_D z ujemnym D, dla których liczba klas równa jest 2. Jak zauważył L. Carlitz, w takich pierścieniach zachodzi następujący fakt: *w każdym rozkładzie liczby na czynniki pierwsze wystąpi ta sama ilość czynników pierwszych.* Przy tym własność ta jest charakterystyczna dla pierścieni z liczbą klas równą 2.
Byłoby interesującą rzeczą znalezienie podobnych charakteryzacji dla pierścieni z liczbą klas równą 3, 4, itd., jednakże nie otrzymano tu jeszcze definitywnych rezultatów.

Zadania

Redaguje mgr Krzysztof NOWIŃSKI

M 202. Wykazać, że dla dowolnego $n > 0$ istnieje taki m-kąt, że n jego przekątnych leży wewnątrz niego, a wszystkie pozostałe — na zewnątrz.

Rozwiązanie na str. 8

M 203. „Literą T" nazywamy sumę prostopadłych odcinków AB i CD o długości 1 każdy, przy czym C jest środkiem odcinka AB. Wykazać, że w ograniczonym obszarze płaszczyzny nie można pomieścić nieskończenie wielu rozłącznych „liter T".

Rozwiązanie na str. 12

M 204. Czy sześcian o wymiarach $6 \times 6 \times 6$ może być zbudowany z 27 klocków o rozmiarach $1 \times 2 \times 4$?

Rozwiązanie na str. 5
(Zadanie to nadesłała *Małgorzata TOPER* z Lubienia).

Redaguje dr Halina ABRAMOWICZ

F 68. Wiązka cząstek α o strumieniu N cząstek na jednostkę powierzchni pada na folię metalową o grubości x i gęstości n atomów na jednostkę objętości. W wyniku oddziaływania cząstek α z polem jąder atomów folii następuje odchylenie cząstek w stosunku do kierunku lotu pierwotnego. Odchylenie to zależy od tzw. parametru zderzenia — tzn. odległości między torem cząstki daleko od centrum oddziaływania a prostą równoległą do tego toru przechodzącą przez centrum siły (czyli przez jądro). Znaleźć rozkład kątowy cząstek α po przejściu przez folię, zakładając, że folia jest na tyle cienka, że jedna cząstka α może się „zderzyć" tylko z jednym jądrem, oraz zakładając, że jądro pozostaje nieruchome w wyniku oddziaływania (bardzo duża masa jądra w porównaniu z masą cząstki α).

Rozwiązanie na str. 6

Zmierzyć wysokość wieży za pomocą barometru —
— takie zadanie dano przedstawicielom różnych nauk. Oto jak je rozwiązywali: Matematyk wykorzystał twierdzenie Talesa (i to, że dzień był słoneczny): ustawił barometr pionowo, zmierzył jego długość oraz długość jego cienia i wieży i szybko miał odpowiedź. Fizyk-teoretyk wykorzystał fakt, że ciśnienie maleje wraz z wysokością, fizyk-doświadczalnik przywiązał barometr do sznurka, spuścił z wieży i potem zmierzył długość sznurka. Chemik wylał rtęć z barometru do kolby, doprowadził do stanu wrzenia u stóp i na szczycie wieży i z różnicy temperatur wrzenia obliczył żądaną wysokość. Humanista zaś zapukał do stojącej nieopodal chatki. „Dostanie pan barometr, jeśli powie mi pan, ile ta wieża ma wysokości" powiedział do siwego staruszka, który otworzył mu drzwi.