



w obserwatorium w Green Bank (West Virginia, USA). Jako źródła mikrofal wykorzystano trzy radioźródła (oznaczone symbolami 0116+08, 0119+11 i 0111+02, określającymi ich położenie na niebie), które leżą prawie dokładnie na jednej prostej, a środkowe wiosną każdego roku jest zaćmiewane przez Słońce. Eksperyment wymagał niezwykle dużej dokładności, ponieważ przewidywana wartość odchylenia jest równa zaledwie $1'',749$. Pomiar położenia radioźródeł był dokonywany za pomocą interferometru o bazie 35 km. Dwa skrajne radioźródła służyły jako punkt odniesienia oraz, dzięki dokonywaniu wyłącznie pomiarów względnych, pozwalały usunąć zakłócenia związane z działaniem urządzeń elektronicznych, ruchami atmosfery ziemskiej oraz nieregularnościami ruchu obrotowego Ziemi. Duże trudności sprawiło usunięcie wpływu korony słonecznej na wielkość ugięcia mikrofal. W tym celu prowadzono obserwacje jednocześnie na dwóch częstotliwościach: 2695 MHz i 8085 MHz, ponieważ wielkość ugięcia pod wpływem korony zależy od długości fali, i to pozwalało na wprowadzenie odpowiedniej poprawki, równej $0'',1$ dla 2695 MHz. Zmieniające się niejednorodności (oscylacje) korony usuwano przez uśrednianie wyników w czasie, dzięki obserwowaniu każdego radioźródła przez 6 min. Pomiaru wykonano w ciągu dwóch kolejnych wiosen: 1974 i 1975 roku. Wynik był niezwykle dokładny

$$\Delta\varphi = 1'',761 \pm 0'',016.$$

Zgodny z przewidywaniami ogólnej teorii względności, stanowi jej potwierdzenie, a jednocześnie bardzo silne ograniczenie na inne, konkurencyjne teorie grawitacji, proponowane po Einsteinie.

Przyjrzyjmy się powierzchni

ale lokalnie. Oznacza to, że interesować nas będą obserwacje dotyczące tylko „najbliższej okolicy”, czyli otoczenia wybranych (zresztą dowolnie) punktów. Weźmy więc pod uwagę kilka różnych powierzchni — np. powierzchnię szklanki, stołu, szkiełka od zegarka, kartki papieru, kapelusza czy beretu, globusa, albo jakiejś do niczego niepodobnej bryły ugniecionej z plasteliny. Poczynić należy tylko jedno ograniczenie — interesować nas będą wyłącznie powierzchnie bez kantów i rogów (możemy tam, gdzie są kanty i rogi, obserwować tę część powierzchni, która ich nie zawiera).

Łatwo ustalić, co to jest płaszczyzna styczna w obserwowanym punkcie — wystarczy przyłożyć płaską blaszkę dotykającą powierzchni w tym punkcie, lub wyobrazić sobie, że ją przyłożyliśmy tam, gdzie jest to trudne do zrobienia lub niemożliwe (np. „w dołku”). Prosta prostopadła do płaszczyzny stycznej i przechodząca przez punkt styczności nazywana jest normalną do powierzchni. Ustalmy też (dowolnie, ale jakoś), po której stronie płaszczyzny stycznej będzie „dodatnia” a po której „ujemna” strona powierzchni. W tym miejscu potrzebna jest owa lokalność — na wstędze Möbiusa ustalić się tego dla całej powierzchni nie da, ale lokalnie można zawsze. Wyposażeni w powyższe ustalenia teoretyczne przystępujemy do badań. Przetnijmy (w wyobraźni choćby) powierzchnię wszystkimi płaszczyznami zawierającymi prostą normalną i zajmijmy się krzywiznami otrzymanych w przecięciu krzywych. A co to jest krzywizna? — odwrotność promienia okręgu najlepiej pasującego do krzywej w obserwowanym punkcie wzięta z takim znakiem, jaki ma ta strona krzywej, po której leży środek tego okręgu. Co się okaże (albo co się już okazało)? Otóż jeśli nie wszystkie krzywizny są równe, to krzywe mające największą i najmniejszą krzywiznę leżą w płaszczyznach prostopadłych. Odpowiedź na pytanie, dlaczego tak jest, nie jest łatwa do uzyskania, ale warto spróbować.

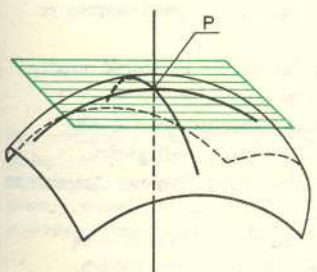
Jeżeli pomnożymy największą i najmniejszą z otrzymanych krzywizn, otrzymamy liczbę zwaną krzywizną Gaussa. Można spróbować sprawdzić doświadczalnie, że dla danego punktu jest ona niezależna od wyginania powierzchni (beret, kartka papieru), o ile tylko owej powierzchni nie rozciągamy (ale w podanych przykładach raczej to nie grozi). Udowodnił to Gauss i można o tym przeczytać w podręcznikach geometrii różniczkowej powierzchni — dowód jest bardzo rudny.

Ale nie trzeba tego dowodu znać, żeby korzystać z twierdzenia. Możemy łatwo wykazać na jego podstawie, że

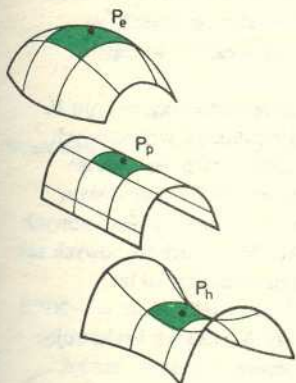
— każda mapa zmienia odległości nieproporcjonalnie (bo krzywizna sfery o promieniu R wynosi $\frac{1}{R^2}$, a kartki papieru 0 — musiało się coś rozciągnąć),

— rynnę czy rurkę z cienkiej blachy można zgiąć tylko łamiąc blachę (bo gdyby nie, to trzeba by ją rozciągnąć, a na to jesteśmy za słabi).

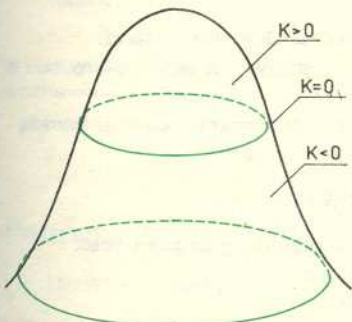
Można też wykonać demonstrację: cienką kartkę z zeszytu zwijamy w rurkę (można nawet nie sklejać), stawiamy pionowo na stole, a na wierzchu ustawiamy odważnik 1/2 kg. Dopóki kartka się nie rozwine, będzie utrzymywała ten ciężar. Czemu? bo krzywizna kartki i przed zwinięciem i po jest 0, aby się więc mogła ugiąć, należałoby rozciągnąć papier, a na to 1/2 kg nie wystarczy.



Płaszczyzna styczna i prosta normalna do powierzchni



Punkt, w którym krzywizna Gaussa powierzchni jest dodatnia nazywa się eliptyczny, jeśli jest ona ujemna — hiperboliczny, a gdy równa 0 — paraboliczny.



Punkty eliptyczne, paraboliczne i hiperboliczne na powierzchni w kształcie dzwonu.