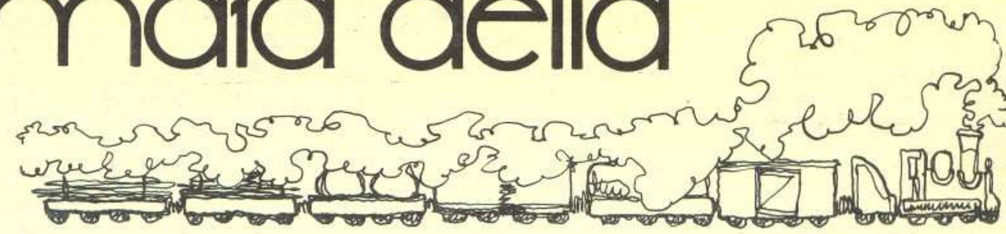
mała delta



Pewnego lata jechałem w nocy zatłoczonym pociągiem. O miejscu w przedziale mogłem tylko marzyć i wraz z kilkudziesięcioma innymi pasażerami kiwałem się na korytarzu w takt uderzeń kół o złącza. Gdy pociąg zwalniał, stukot stawał się wolniejszy, a gdy przyspieszał — koła stukały w szybszym rytmie. Wiedziałem, że szyny mają długość 15 m. Gdy będę znał częstotliwość stuknięć, to obliczę prędkość pociągu; ale te proste obliczenia, jakie mnie czekały, wydawały się beznadziejnie trudne. Zacząłem, pół śpiąc, rozmyślać na ogólne tematy: jeżeli zacznę liczyć stuknięcia kół o złącza i w czasie t naliczę ich n, to będzie to znaczyć, że pociąg przejechał w tym czasie około $15n$ metrów, a zatem jego prędkość wynosi $\frac{15n}{t}$ metrów na sekundę. Metr na sekundę — to 3600 metrów na 3600 sekund, czyli jedną godzinę. A więc prędkość pociągu w kilometrach na godzinę wyniesie $3{,}6 \cdot 15 \cdot \frac{n}{t}$ kilometra na godzinę, czyli $54 \cdot \frac{n}{t}$ km/godz. „Zaraz, zaraz — pomyślałem. Coś dziwnego wychodzi. Podstawmy $t = 54$ (jak gdybym liczył stuki przez 54 sekundy), to prędkość pociągu będzie wynosić n kilometrów na godzinę, ale n było liczbą tych stuknięć". Sprawdziłem: zgadza się. Przy piętnastometrowych szynach liczba stuknięć kół o złącza w ciągu 54 sekund jest równa prędkości pociągu w kilometrach na godzinę.

Przez resztę nocy cieszyłem się tym odkryciem i bezustannie mierzyłem prędkość, z jaką zbliżałem się do Zakopanego. Dobrze, że mam zegarek z fosforyzowanym sekundnikiem.

Od kilku lat dojeżdżam do pracy pociągiem. Niestety, na mojej linii są tory bezstykowe. Ale „na szczęście" linia jest zelektryfikowana i przy torach stoją w równych odległościach słupy trakcyjne. Jest ich 16 lub 17 na kilometr (nie mam pojęcia dlaczego tyle). Ale to wystarczyło mi na znalezienie sposobu na obliczanie prędkości pociągu, jakim jadę — bez konieczności kłopotliwego (a często bardzo utrudnionego) śledzenia słupów kilometrowych. Moja robota w pewnym sensie poszła na marne: okazało się, że pociągi moje jeżdżą po prostu z prędkością 60 km/godz.

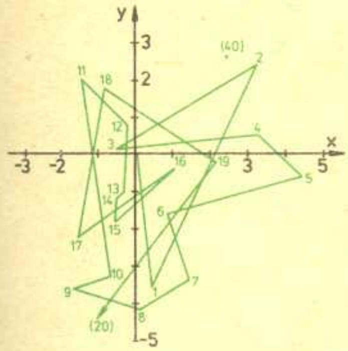
Często jeżdżę kolejką WKD, kursującą z Warszawy do Podkowy Leśnej, Grodziska i Milanówka. Jej szyny mają całkiem nieregularne długości, a metoda „liczenia słupów trakcyjnych" też się nie nadaje do obliczania prędkości kolejki. Zbyt długo należałoby liczyć te słupy, w tym czasie kolejka zdoła przejechać prawie cały przystanek, z ruszaniem i hamowaniem. Nie umiem mierzyć szybkości takiej kolejki inaczej niż „tradycyjnym" sposobem patrzenia na słupy rozstawione co 200 metrów i mierzenia czasu przejazdu kolejki między nimi.

Dojazdy do pracy podsunęły mi jeszcze jedno zadanie. Na mojej linii pociągi towarowe mają osobny tor i czasami pociąg, którym jadę, wyprzedza jadący po sąsiednim torze załadowany pociąg towarowy, który z kolei mija nas, gdy stoimy na stacji — potem my go wyprzedzamy i tak dalej. Gdy zdarzy się taka sytuacja, często „z nudów" obliczam sobie długość pociągu towarowego (wagony towarowe są różnych długości i policzenie ich nic mi nie da). Jak się rzekło, wiem, że mój pociąg osobowy jedzie z prędkością 60 km/godz. Mierzę czas t w jakim mijamy towarowy. Potem mierzę czas u, w jakim towarowy mija nas, gdy stoimy na stacji. Rozumuję teraz tak: jeżeli l jest długością pociągu towarowego, a v — jego prędkością (w km/godz), to $60\text{-}v$ jest prędkością względną pociągu osobowego względem towarowego. Mam oto równanie $(60-v)\,t=l$. Muszę ułożyć jeszcze jedno. Na stacji towarowy mija nas w u sekund. Zatem $vu = l$. Z tych dwóch równań mamy $v = \dfrac{60}{1+\frac{u}{t}}$, $l = \dfrac{60}{\frac{1}{u}+\frac{1}{t}}$; jeżeli jednak chcę otrzymać długość pociągu w metrach, muszę czas wyrazić w sekundach, a 60 km/godz przeliczyć na metry na sekundę (60 km/godz $= \frac{50}{3}$ m/sek).

A czy możecie rozwiązać to zadanie bez użycia równań?

Trzy procesy

Często się zdarza, że różne zjawiska fizyczne można tak samo opisać w języku matematyki. Nie oznacza to jeszcze, że są one istotnie ze sobą związane. Podobny opis może być sprawą przypadku, ale mogą też istnieć głębsze przyczyny podobieństwa. Proponujemy Wam zajęcie się trzema procesami. To, co zaobserwujemy w dwóch pierwszych, jest wynikiem nałożenia się bardzo wielu przypadkowych czynników. Te trzy procesy to przypadkowe błądzenie po lesie, dyfuzja w cieczy oraz wędrówka fotonu z wnętrza Słońca do obserwatora na Ziemi.



Wyboru przypadkowego kierunku można dokonać kręcąc się w koło i zatrzymując na czyjś sygnał. Kierunek, w którym w chwili zatrzymania patrzymy będzie wybranym kierunkiem.

Średnia wartość kwadratu przesunięcia z błądzącego obiektu wzdłuż dowolnie wybranej osi zależy od czasu t, średniej wartości kwadratu prędkości v obiektu i średniego czasu swobodnego τ.

$$\overline{z^2} = \left(\frac{1}{3}\overline{v^2}\tau\right)t.$$

Błądzenie po lesie, potraktowane jako doświadczenie, powinno być zabawą. Najlepiej bawić się w grupie, ale można przeprowadzić badania również samemu. Spod wybranego drzewa rosnącego niezbyt blisko skraju lasu startują kolejno uczestnicy gry. Kierunek marszu każdy wybiera przypadkowo i idzie po prostej, aż napotka następne drzewo. Przy nim zmienia kierunek znowu całkiem przypadkowo i idzie do kolejnego drzewa. Po dokonaniu 10 zmian kierunku marszu uczestnicy zabawy zatrzymują się i oceniają, jak bardzo grupa się rozproszyła. Na dany sygnał podejmujemy marsz do następnego zatrzymania się po dalszych dziesięciu spotkaniach z drzewem i znowu oceniamy rozproszenie się grupy..

Rozproszenie grupy można oczywiście odpowiednio zdefiniować i za każdym razem zmierzyć, ale ma to przecież być zabawa, więc poprzestańmy na ocenie „na oko", czy rozproszenie grupy rośnie proporcjonalnie do ilości spotkań z drzewami, czy też wolniej. Jest to bardzo ważne zagadnienie, bo proces przypadkowego błądzenia napotykamy w wielu działach fizyki. Można oczywiście odtworzyć zabawę w błądzenie na kartce papieru, kreśląc odcinki o przypadkowo dobranej długości, skierowane przypadkowo w różnych kierunkach. Wykonałem rysunek takiego błądzenia, losując kierunek i odległość do przebycia. Korzystając z wędrówek po lesie lub z rysunku wprowadzimy dwa pojęcia. Średnią długość wszystkich przebytych odcinków (od drzewa do drzewa) nazywamy średnią drogą swobodną. Średni czas potrzebny na przebycie jednego odcinka nazywamy średnim czasem swobodnym. Jestem pewien, że przekonacie się, że rozchodzenie się uczestników gry po lesie przy błądzeniu przypadkowym jest bardzo powolne. Przeszedłszy do rzadszego lasu, gdzie średnia droga swobodna jest dłuższa, można zbadać jak zmieni się błądzenie.

Drugie zaproponowane doświadczenie należy wykonać w domu, wyszukując miejsce, gdzie moglibyśmy postawić słoik możliwie wąski i wysoki na okres kilku tygodni do kilku miesięcy w absolutnym spokoju. Na dno nalewamy nieco stężonego roztworu nadmanganianu potasu (można kupić w aptece) i dopełniamy słoik ostrożnie wodą tak, aby ciecze nie pomieszały się. Pozostawiamy słoik w spokoju, obserwując jak z tygodnia na tydzień podnosi się granica pomiędzy cieczą a roztworem nadmanganianu potasu. Przebieg procesu rozchodzenia się barwnika możemy wytłumaczyć tym, że cząsteczki jego błądzą przypadkowo wśród cząsteczek wody. To, że cząsteczki wody są również w ruchu, nie powinno nam zaciemniać obrazu. To tak, jakby drzewa również błąkały się po lesie. Spotkania z nimi byłyby dalej przypadkowe, zmianie mogłaby ulec tylko średnia droga swobodna.

Przedstawiony obraz ruchu cząsteczek w cieczy jest bardzo uproszczony. Ruchy te przypominają bardziej grę w komórki do wynajęcia: podskakiwanie w swoim polu i przeskok na inne wolne miejsce. Nasz uproszczony obraz pozwala jednak zrozumieć, dlaczego samorzutne mieszanie się cieczy, czyli dyfuzja, zachodzi tak powoli.

Czas teraz na trzeci problem. Jak ocenić czas, jakiego potrzebuje światło zrodzone we wnętrzu Słońca na dotarcie do Ziemi. Z dużą dozą prawdopodobieństwa możemy założyć, że światło biegnie w bardzo gęstej materii wnętrza Słońca co chwila zmieniając kierunek. Można oszacować, że średnia droga swobodna między zmianami kierunku jest rzędu kilku centymetrów. Okazuje się wtedy, że średni czas potrzebny na wydostanie się fotonu z wnętrza na powierzchnię może być rzędu tysięcy lat. Dotarcie do Ziemi zabiera już tylko kilka minut.

Nasuwa się więc zaskakujący wniosek. Ta część promieniowania, która zrodziła się we wnętrzu Słońca i dociera teraz do nas, niesie informacje sprzed tysięcy lat.

A teraz pytanie: czy opisane zjawiska mają coś wspólnego, czy tylko tak samo je opisujemy?

Małą Deltę opracowali: Tomasz HOFMOKL i Michał SZUREK.