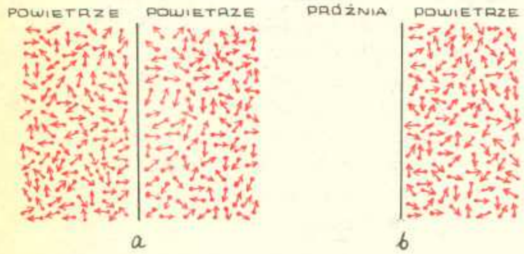
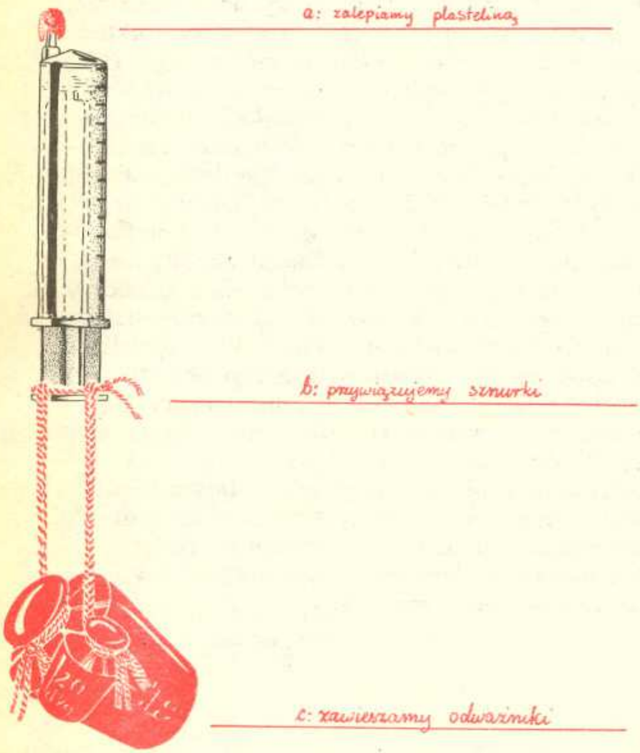


Rys. 1



Rys. 2

Mierzymy ciśnienie atmosferyczne

Wiesz na pewno, że na każdy przedmiot w twoim otoczeniu działa ciśnienie atmosferyczne. Dzieje się tak dlatego, że szybko poruszające się cząsteczki powietrza bezustannie „bombardują" powierzchnię każdego ciała. A jednak ciśnienia tego prawie nie zauważamy.
Jeżeli wyobraziliśmy sobie, że w powietrzu znajduje się na przykład blaszka metalowa, to cząsteczki uderzają w nią z obu stron, a więc średnia działająca siła równa jest zeru (rys. 1a). Gdybyśmy jednak potrafili z lewej strony blaszki usunąć cząsteczki, czyli wytworzyć próżnię (rys. 1b), wtedy „bombardowanie" zachodziłoby tylko z prawej strony i powinniśmy móc zaobserwować i zmierzyć działanie siły.
Aby zrobić doświadczenie, które to wykażę, potrzebne są:
1. Strzykawka, najlepiej zużyta plastykowa do jednorazowego użycia (inną łatwo stłuc).
2. Sznurek.
3. Plastelina.
4. Odważniki (do kilku kg).
Doświadczenie najłatwiej wykonać w dwie osoby.
1. Zatkajcie szczelnie wlot strzykawki kawałkiem plasteliny (rys. 2a).
2. Do tłoczka strzykawki przywiążcie sznurek (rys. 2b).
3. Jedno z was niech trzyma strzykawkę pionowo, wylotem ku górze (rys. 2c), a drugie niech przywiązuje kolejno do sznurka odważniki. Przy jakiej ich masie uda się tłok odciągnąć?





Rozkłady liczb na czynniki

Mam trzy córki. Iloczyn liczb wyrażających ich wiek jest równy 90. Najstarsza jest o cztery lata starsza od średniej. Czy możecie obliczyć, ile lat ma każda z moich córek?

Szanse na jednoznaczne rozwiązanie tak postawionego problemu mamy tylko, jeżeli przypuścimy, że lata moich dzieci wyrażają się liczbami całkowitymi (choć przecież 7/12 to też liczba!). Wtedy rozwiązanie jest proste: przedstawmy liczbę 90 w postaci iloczynu trzech czynników. W zakresie liczb naturalnych można to zrobić tylko na dziesięć sposobów: $90 = 1\cdot 2\cdot 45 = 1\cdot 3\cdot 30 = 1\cdot 5\cdot 18 = 1\cdot 6\cdot 15 = 1\cdot 9\cdot 10 = 1\cdot 1\cdot 90 = 2\cdot 5\cdot 9 = 2\cdot 3\cdot 15 = 3\cdot 5\cdot 6 = 3\cdot 3\cdot 10$.

Tylko rozkład $90 = 2\cdot 5\cdot 9$ ma tę własność, że różnica dwu największych czynników wynosi 4. A zatem moje córki mają 2, 5 i 9 lat.

Gdybyśmy nie zakładali, że szukane wielkości są liczbami naturalnymi, moglibyśmy otrzymać jeszcze inne rozwiązania. Oto najprostsze z nich: Beatka ma półtora roczku, Karolina 6 lat, a Agnieszka 10.

Jakie własności liczb naturalnych decydują o tym, że zadanie nasze jest jednoznaczne i łatwo rozwiązalne? Zastanówmy się najpierw, w jaki sposób można najłatwiej stwierdzić, że liczbę 90 można tylko dziesięcioma sposobami rozłożyć na iloczyn trzech czynników naturalnych. Najprościej to będzie tak: rozłożyć ją na czynniki pierwsze. To się robi tak. Dzielimy 90 przez ... cokolwiek, przez co można. Na przykład przez 2. Dostajemy 45. Dzielimy 45 przez co się da. Niech będzie 3. Wynik jest równy 15. A 15 to $5\cdot 3$. Stąd $90 = 2\cdot 3\cdot 5\cdot 3$, po uporządkowaniu mamy $90 = 2\cdot 3\cdot 3\cdot 5$. Kombinując liczby 2, 3, 5 (przy czym trójkę możemy brać dwukrotnie), otrzymujemy wymienione rozkłady.

A więc korzystamy z możliwości rozłożenia każdej liczby naturalnej na iloczyn liczb, których już ... dalej rozłożyć nie można, chyba że jednym z czynników będzie jedynka. Takie liczby nazywamy pierwszymi. Co więcej, dla każdej liczby naturalnej taki rozkład jest tylko jeden, jeżeli nie będziemy zwracać uwagi na uporządkowanie czynników. Jeżeli dopuścimy do rozważań i liczby ujemne (to znaczy weźmiemy pod uwagę zbiór liczb całkowitych), to będzie podobnie: każdą liczbę całkowitą można rozłożyć na iloczyn liczb, których już dalej rozłożyć nie można i każde dwa rozkłady tej samej liczby różnią się co najwyżej porządkiem i znakami czynników.

Suma liczb całkowitych jest liczbą całkowitą, ich iloczyn też. Matematycy nazywają pierścieniami liczbowymi te zbiory liczb, dla których i suma, i różnica i iloczyn liczb z danego zbioru znów do tego zbioru należy. Pierścieniem jest zbiór wszystkich liczb całkowitych, a nie jest nim zbiór liczb naturalnych.

Możemy powiedzieć: w pierścieniu złożonym z wszystkich liczb całkowitych zachodzi prawo jednoznaczności rozkładu i dlatego mogliśmy łatwo i stosunkowo szybko rozwiązać zadanie o moich córkach. Wydawać by się mogło, że takie prawo winno obowiązywać w każdym pierścieniu liczbowym — przecież działania arytmetyczne na wszystkich liczbach polegają na tym samym. Są jednak proste przykłady pierścieni, w których to prawo nie obowiązuje. W pierścieniu złożonym z liczb postaci $m+n\sqrt{7}$ (gdzie m, n — całkowite) mamy $6 = (1+\sqrt{7})\cdot(1-\sqrt{7}) = 2\cdot 3 = (2+0\sqrt{7})\cdot(3+0\sqrt{7})$, a liczb 2, 3, $1+\sqrt{7}$, $1-\sqrt{7}$ już dalej rozłożyć nie można w tym pierścieniu.

Interesujące, że gdybyśmy zamiast 7 wzięli 2 (to znaczy rozpatrywali pierścień liczbowy złożony z liczb postaci $m+n\sqrt{2}$), to własność jednoznaczności rozkładu znów miałaby miejsce. Nie dla wszystkich pierścieni umiemy odpowiedzieć, czy obowiązuje w nich prawo jednoznaczności rozkładu. Niekiedy to zagadnienie jest tak trudne, że rozstrzygnięcie go przyniosłoby autorowi znaczne zaszczyty.

Małą Deltę opracowali Jerzy GINTER i Michał SZUREK