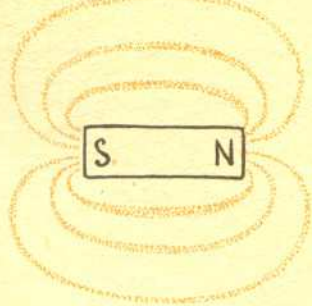
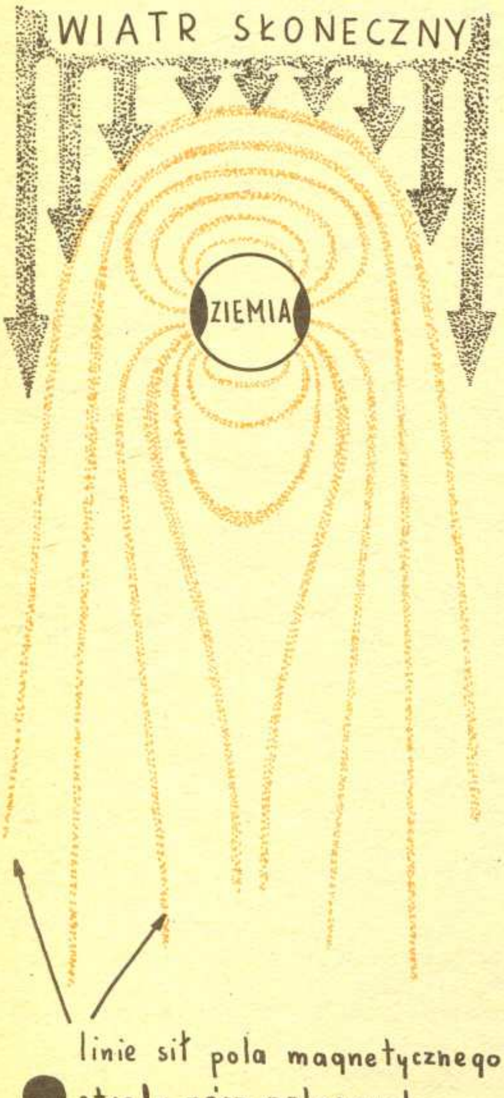
Magnetyczny kokon Ziemi





Szarą powierzchnię Księżyca można obejrzeć przez lornetkę czy lunetę. Zdjęcia naszego satelity robione z kosmosu ujawniają nam wiele jej dość monotonnych szczegółów. Trochę trudniej o zdjęcia powierzchni innych ciał układu planetarnego, ale i takie już dziś mamy. Na przykład powierzchnia Marsa przypomina gruzowisko — w rdzawym pyle leżą większe i mniejsze kamienie. Dwa księżyce Marsa — Fobos i Dejmos — wyglądają jak nieregularne, gruszkowate kawałki koksu. Taki wygląd poruszających się wokół Słońca ciał — bombardowanych stale meteorami, gazem i pyłem międzyplanetarnym — nie jest wcale zaskakujący. Jak to się więc dzieje, że nasza Ziemia wygląda inaczej? Że nie jest tylko skalistą pustynią usianą głazami, że mamy morza, lasy, rzeki i jeziora, że istnieje na niej życie? Piękna, bogata, różnorodna Ziemia — ojczyzna ludzi. Czy nie zastanowił Was nigdy jej wygląd? Co chroni nas przed niszczycielskim wpływem kosmosu?

Do niedawna wydawało się, że jedynym płaszczem ochronnym naszej planety jest jej atmosfera. To ona nie przepuszcza intensywnego promieniowania krótkofalowego Słońca, nie pozwala na zbyt szybkie stygnięcie powierzchni Ziemi, w niej stapiają się drobne meteory itp. Znacznie jednak ważniejszą niż atmosfera rolę spełnia ... ziemskie pole magnetyczne. Wiadomo bowiem z fizyki, że cząstki obdarzone ładunkiem elektrycznym zachowują się w polu magnetycznym jak koraliki na nitce. Rolę nitek spełniają linie sił pola magnetycznego, tzn. linie, wzdłuż których działają siły magnetyczne. Opiłki rozsypane wokół magnesu sztabkowego układają się właśnie na takich liniach — przypominających wyrastające z osi sztabki uszy.

Cząstki nieobojętne elektrycznie napotykając linie sił pola magnetycznego „nanizują" się na nie i jak nawleczony koralik cząstka i linia sił muszą już poruszać się razem, w szczególnym przypadku szybki koralik może pociągnąć za sobą nitkę. Mówi się wówczas, że pole magnetyczne jest unoszone. Ale co to ma wspólnego z naszą Ziemią? Okazuje się, że wiele. Wiemy bowiem, że Ziemia ma pole magnetyczne podobne do pola ogromnego magnesu sztabkowego ustawionego prostopadle do płaszczyzny orbity Ziemi. I wiemy, że poruszamy się wokół Słońca, z którego stale wieje wiatr słoneczny. Wiatr ten to uciekające z zewnętrznych warstw słonecznej atmosfery elektrony i protony. W okolicy orbity Ziemi pędzą one z prędkością około 400 km/s. Skoro więc mamy ładunki elektryczne wiatru słonecznego i pole magnetyczne Ziemi, to można się domyślać, że linie sił ziemskiego pola będą przez ten wiatr unoszone i silnie deformowane. Oczywiście nie przy samej Ziemi — tam pole magnetyczne jest prawie nie zaburzone. Ale najbardziej zewnętrzne linie sił, które w pustej przestrzeni międzyplanetarnej wyglądałyby jak „uszy" magnesu sztabkowego, pod naporem wiatru zachowują się jak popychane struny. Cząstki w poprzek linii sił pola przeniknąć nie mogą, toteż linie te są ściskane i napływający wiatr, gdy już dalej ścisnąć „strun" nie może, rozpływa się na boki.

Cały czas cząstki płyną wzdłuż linii sił! Z kolei „uszy" magnetyczne na stronie odsłonecznej są przez wiatr rozrywane i wydmuchiwane jak warkocz z komety. Podobnie bardzo szybko poruszający się koralik nawleczony na nitkę w kształcie ucha może swoim rozpędem nitkę rozprostować w kierunku ruchu. Gdybyśmy mogli zobaczyć z zewnątrz jak wygląda wydmuchane przez wiatr słoneczny w przestrzeń międzyplanetarną ziemskie pole magnetyczne, to przypominałoby ono smugę jaką widać za dużym głazem na szybko płynącej górskiej rzece. Po krawędzi tej smugi, tzn. właśnie po rozerwanych liniach pola magnetycznego, ślizga się wiatr słoneczny i tym samym nie dociera on na powierzchnię Ziemi. Innymi słowy, pole magnetyczne powoduje, że Ziemia nie jest bezpośrednio zanurzona w ośrodku międzyplanetarnym, ale ma swoją własną, prawie doskonale szczelną otoczkę magnetyczną, tzw. magnetosferę. Otoczkę tę rzadko tylko przerywają bardzo szybkie cząstki pochodzące z wybuchów na Słońcu. Oczywiście cząstki te także muszą poruszać się wzdłuż linii sił pola magnetycznego i dlatego spływają do „nasady" magnetycznych uszu, tzn. w okolice biegunów. Takiemu wsypywaniu się cząstek w ziemską atmosferę towarzyszy piękne świecenie nieba, tzw. zorza polarna. Na ogół jednak od znakomitej większości rozpędzonych ładunków elektrycznych, jakimi stale byłaby bombardowana Ziemia, w tym także od promieniowania kosmicznego, magnetosfera nas chroni. Otaczająca nas przestrzeń międzyplanetarna jest zimna i prawie pusta. Na szczęście magnetosfera, gdzie gęstość materii jest większa i temperatura wyższa, stanowi rodzaj przytulnego zakątka dla naszej planety. Nic więc dziwnego, że Ziemia — „ubrana" w suknię atmosfery i futerko pola magnetycznego — wygląda zupełnie inaczej niż nasz nagi sąsiad Księżyc.

Małą Deltę przygotowała Magdalena SROCZYŃSKA-KOŻUCHOWSKA

Rozwiązanie zadania F 64.

Dla cieczy nieściśliwej spełniony jest warunek ciągłości, tzn., że w każdej chwili czasu do obszaru o powierzchni σ będzie wpływało tyle cieczy, ile w tej samej chwili wypływa. Ponieważ gęstość ϱ cieczy nieściśliwej jest stała, warunek ten można zapisać następująco

$$\varrho v_2 S_2 = \text{const},$$

gdzie v_2 jest prędkością przepływu warstwy o przekroju poprzecznym S_2, zależną od wysokości określonej przez z.

Równanie ciągłości pozwala wyznaczyć zależność między prędkością a przekrojem powierzchni, przez którą ciecz przepływa.

$$\varrho v \pi R^2 = \text{const}.$$

Niech masa cieczy przepływająca w jednostce czasu wynosi A, wtedy $\varrho v \pi R^2 = A$. Stąd

$$v = \frac{A}{\varrho \pi R^2}. \tag{1}$$

Mając dany w ten sposób rozkład prędkości w zależności od wysokości możemy skorzystać z równania Bernoulliego dla cieczy nieściśliwej i ustalonego przepływu, które wyraża zasadę zachowania energii

$$\varrho g z + \frac{\varrho v^2}{2} + p = \text{const},$$

gdzie dwa pierwsze człony opisują gęstość energii potencjalnej i kinetycznej, a człon ostatni uwzględnia pracę wykonaną przeciwko ciśnieniu panującemu wewnątrz cieczy. Niech gęstość energii całkowitej wynosi B

$$\varrho g z + \frac{\varrho v^2}{2} + p = B,$$

gdzie p jest ciśnieniem panującym wewnątrz cieczy i przy przepływie stacjonarnym wynosi p_0 = (ciśnienie atmosferyczne).
Łącznie z (1) otrzymujemy

$$\varrho g z + \frac{A^2}{2\pi^2 \varrho R^4} + p_0 = B.$$

Stąd można wyznaczyć R jako funkcję z

$$R = \left(\frac{A^2}{2\pi^2 \varrho (B - \varrho g z - p_0)}\right)^{1/4}.$$

Jak widać, kształt strumienia zależy tylko od warunków początkowych, czyli od przekroju kranu i energii początkowej cieczy.

Rozwiązanie zadania M 191

Przyjmując $x_1 = 3{,}17$ obliczamy

$$x_2 = \frac{x_1 + \frac{10}{x_1}}{2} = 3{,}162287\ldots .$$

Pokażemy, że x_2 jest szukanym przybliżeniem. Istotnie, $x_1 = \sqrt{10} + \Delta$, przy czym $0 < \Delta < 10^{-2}$.
Równocześnie

$$x_2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{10} + \Delta + \frac{10}{\sqrt{10} + \Delta}\right), \text{ a ponieważ}$$

$$\frac{10}{\sqrt{10} + \Delta} = \sqrt{10}\left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta}{\sqrt{10}}}\right) = \sqrt{10}\left(1 - \frac{\Delta}{\sqrt{10}} + \frac{\Delta^2}{(\sqrt{10})^2} - \frac{\Delta^3}{(\sqrt{10})^3} + \ldots\right) = \sqrt{10}\left(1 - \frac{\Delta}{\sqrt{10}} + \frac{\Delta^2}{(\sqrt{10})^2}\left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta}{\sqrt{10}}}\right)\right) =$$

$$= \sqrt{10} - \Delta + \frac{\Delta^2}{\sqrt{10}}\left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta}{\sqrt{10}}}\right), \text{ więc}$$

$$x_2 = \sqrt{10} + \frac{\Delta^2}{2\sqrt{10}\left(1 + \frac{\Delta}{\sqrt{10}}\right)} \text{ i wobec tego}$$

$$\sqrt{10} < x_2 < \sqrt{10} + \frac{\Delta^2}{2\sqrt{10}} < \sqrt{10} + \frac{10^{-4}}{6} < 10 + 2 \cdot 10^{-5}, \text{ zgodnie}$$

z warunkami zadania.

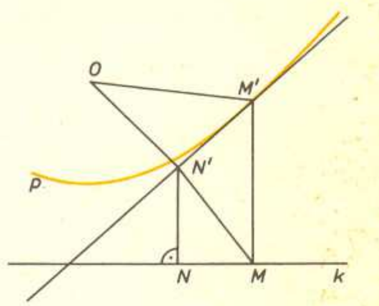
Uwaga: Opisany powyżej algorytm poprawiania przybliżonej wartości $\sqrt{a}$

$$x_2 = \frac{x_1 + \frac{a}{x_1}}{2}$$

jest bardzo efektywny. Każda iteracja podwaja ilość cyfr znaczących przybliżenia, jeżeli $a > 1$.

Rozwiązanie zadania M 190

Parabola o ognisku O i kierownicy k jest miejscem geometrycznym punktów równoodległych od O i k. Wszystkie punkty, których odległość od O jest większa niż odległość od k, leżą po jednej stronie tej paraboli. Niech M będzie punktem przecięcia symetralnej s z prostą prostopadłą do k i przechodzącą przez M. Odległość M' od k jest równa $|MM'| = |OM'|$, punkt M' leży więc na paraboli p. Jeżeli teraz N' jest dowolnym punktem s różnym od M', to odległość N' od k jest równa $|NN'|$, a ponieważ $|NN'| < |MN'| = |ON'|$, więc punkt N' leży „na zewnątrz" paraboli p. Wobec tego prosta s ma jeden punkt wspólny z parabolą p, a wszystkie pozostałe jej punkty leżą na zewnątrz p. Wynika stąd, że prosta s jest styczna do paraboli p.



Rozwiązanie zadania M 192

Ustalimy odpowiedniość wzajemnie jednoznaczną pomiędzy łańcuchami o długości k w zbiorze A i odwzorowaniami zbioru A w zbiór $\{1, 2, \ldots, k\}$. Łańcuchowi $(A_0, A_1, \ldots, A_k)$ przyporządkujemy odwzorowanie f zadane wzorem: $f(a) = i$ gdy $a \in A_i - A_{k-1}$. Jeżeli teraz mamy odwzorowanie $f\colon A \to \{1, 2, \ldots, k\}$, to kładąc $A_0 = \emptyset$, $A_i = f^{-1}(\{1, \ldots, i\})$ otrzymamy pewien łańcuch. Łatwo zauważyć, że podane wyżej przyporządkowania są wzajemnie odwrotne. Wobec tego łańcuchów o długości k w n-elementowym zbiorze A jest tyle, ile odwzorowań A w zbiór $\{1, \ldots, k\}$, czyli k^n.