Konkurs prac maturalnych — i co dalej?

Jak informowaliśmy w 8(56) numerze Delty z sierpnia ub r, konkurs na najlepszą pracę maturalną z matematyki zakończył się w czerwcu 1978 r., w Poznaniu finałem oraz wręczeniem przyznanych medali, nagród i dyplomów.

Jaki był przebieg konkursu? Wzięło w nim udział 26 uczestników, którzy nadesłali 25 prac (jedna z prac miała dwu autorów). Był to zapewne dość nikły procent ogólnej ilości prac maturalnych z matematyki, jakie powstały w r. szk. 1977/78, co chyba po części wynikało z dość późnego ogłoszenia konkursu (pełny regulamin — w Delcie 2/1978, notatki w Trybunie Ludu i Sztandarze Młodych — w kwietniu 1978).

Ocena nadesłanych prac prowadzona była przez Komisję Konkursu na początku maja. Każdą pracę oceniało wstępnie dwóch członków Komisji — matematyków pracujących w uczelniach lub instytutach naukowych. Część opracowań została wyeliminowana już w tej fazie: były to prace-nieporozumienia, sprowadzające się do zreferowania pewnych partii podręcznika szkolnego lub do rozwiązania pewnej ilości zupełnie typowych zadań. Nad pozostałymi pracami przeprowadzono bardziej szczegółową dyskusję w pełnym składzie Komisji, której przewodniczącym był prof. dr Leon Jeśmanowicz.

W wyniku dyskusji Komisja zakwalifikowała do finału 6 prac, które zostały przekazane do szczegółowych recenzji, z zaleceniem przeanalizowania oryginalności ujęcia i poprawności uzyskanych wyników. Autorzy prac zakwalifikowanych do finału otrzymali zawiadomienia, zawierające zaproszenia do udziału w dorocznej Sesji Naukowej i Walnym Zgromadzeniu Polskiego Towarzystwa Matematycznego oraz prośbę o przygotowanie się do krótkiego (15 min.) referatu na temat pracy i udziału w dyskusji.

W wystąpieniu należało m.in. wyeksponować to, co Autor uważał za najciekawsze, najważniejsze lub najtrudniejsze w pracy, oraz wyjaśnić, na czym polegał wkład Autora w opracowanie tematu i czym praca różniła się od wykorzystanych źródeł. Zaproszenia do udziału otrzymali również nauczyciele — opiekunowie prac finałowych.

Finał odbył się 5 czerwca w czasie Sesji Naukowej PTM w Poznaniu. Po wystąpieniu każdego z finalistów odbywała się publiczna dyskusja, w której wzięli udział uczestnicy Sesji i Walnego Zgromadzenia PTM oraz goście. Szczególną uwagę w dyskusji zwracano na oryginalność wyników lub ujęcia.
Recenzje, referaty i przebieg dyskusji stały się podstawą do podjęcia ostatecznych decyzji przez Komisję Konkursu. Z protokołu posiedzenia Komisji:

„[...] Komisja na zamkniętym posiedzeniu postanowiła przyznać złoty medal Pawłowi Domańskiemu za pracę «Liczby Fibonacciego». Praca pana Pawła Domańskiego oraz wygłoszony przez niego referat wyróżniały się dojrzałością matematyczną, główne przedstawione wyniki były własnymi wynikami autora pracy.
Srebrny medal postanowiono przyznać pani Urszuli Łach za pracę «Równania różniczkowe i ich niektóre zastosowania w fizyce». Praca była referatowa, ale opracowanie własne, dokładnie i metodycznie przedstawiona, ciekawe ujęcie.
Brązowy medal Komisja postanowiła przyznać pani Bogusławie Grzywacz za pracę «Przekształcenie afiniczne płaszczyzny na płaszczyznę w ujęciu analitycznym». Ta praca w zasadzie referatowa miała pewne cechy oryginalności w ujęciu tematu. Autorka bardzo ładnie broniła swojego punktu widzenia i wykazała duże zrozumienie i sporą ilość wiedzy.
Komisja postanowiła przyznać jedną pierwszą nagrodę Ministerstwa Oświaty i Wychowania panu Pawłowi Domańskiemu, dwie drugie nagrody MOiW paniom Urszuli Łach i Bogusławie Grzywacz.
Komisja postanowiła nie przyznawać trzeciej nagrody, natomiast przyznać wyróżnienie pani Irenie Kranc za pracę «Rachunek zdań i niektóre jego zastosowania w dowodzeniu». Praca ta — przy wielu mankamentach — była własną próbą opracowania tematu. Po referacie i dyskusji, niektóre usterki pracy zostały wyjaśnione na korzyść autorki.
[...] Biorąc to wszystko pod uwagę postanowiono przyznanym wyróżnieniem podkreślić duży wkład pracy i inwencję pani Ireny Kranc.
Pozostałe dwie prace [...] nie zasługują zdaniem Komisji na żadne wyróżnienie. Obie te prace zbyt mocno oparte są o popularne opracowania i nie posiadają w ujęciu tematu cienia oryginalności.
Ponadto Komisja postanowiła przyznać nagrody Ministerstwa Oświaty i Wychowania nauczycielom — opiekunom prac medalistów.
Są to: pani mgr D. Wiśniewska, pan mgr Alfons Hajok, pani mgr Cecylia Terlikowska. [...]"

Specjalnie wybite medale oraz dyplomy zostały uroczyście wręczone — obok tzw. Wielkich Nagród PTM i Nagród dla młodych matematyków — na otwarciu Walnego Zgromadzenia PTM przez Prezesa Towarzystwa, prof. dr Władysława Orlicza. Nagrody i wyróżnienie wręczył uczestniczący w pracach Komisji Konkursu przedstawiciel Ministerstwa Oświaty i Wychowania, dr Wacław Wierzbicki.

Przebieg konkursu 1978 nasunął szereg wniosków i refleksji. Po pierwsze — na temat samych prac. Charakter ich był bardzo zróżnicowany.
Autorzy części prac podjęli za zadanie zebranie i usystematyzowanie wiadomości, nie wykraczających w zasadzie poza program szkolny, ale pojawiających się w różnych kontekstach i w różnych klasach lub na różnych przedmiotach (do tej kategorii należą prace, które uzyskały medale srebrny i brązowy).

PTM KONKURS MATUR 1978

Rozwiązanie zadania M 181.
Tylko dwa razy: w południe i o północy. Duża wskazówka pokrywa się z małą 11 razy na dobę: pierwszy raz 5 5/11 minuty po pierwszej. Wtedy sekundnik dochodzi do 6, następnie 10 minut i 10/11 po drugiej, ale wtedy sekundnik dochodzi do 12. Po sprawdzeniu wszystkich położeń dojdziemy do sformułowanego na wstępie wniosku.

Część autorów poszła dalej — zaproponowane przez nich przeglądy wybranych informacji z jakiejś dziedziny wymagały operowania wiadomościami znacznie wykraczającymi poza program szkolny (co na ogół okazywało się zadaniem przekraczającym siły i możliwości autorów).
W niektórych — stosunkowo nielicznych — opracowaniach autorzy pokusili się o uzyskanie samodzielnego wkładu w matematykę, rozstrzygnięcie pewnych problemów, których rozwiązania nie były im znane (do tej kategorii należała zarówno praca nagrodzona złotym medalem, jak i prace, którym nie udało się zakwalifikować do finału).
Nie jest chyba przypadkiem, że wszystkie nagrodzone prace podejmowały problemy, do omówienia których wystarczała w zasadzie pogłębiona znajomość programu szkolnego. Wynikałoby stąd, że warto inwestować czas i wysiłek w oryginalność ujęcia znanego materiału lub rozwiązywanie problemów dających się na tym gruncie sformułować, a nie w uczenie się teorii bardzo zaawansowanych, wchodzących w zakres nauczania na wyższych uczelniach.
W trakcie swych prac Komisja odniosła również wrażenie, że w wielu przypadkach opieka nauczyciela była zbyt wątła: autorzy podejmowali zadania albo zbyt ambitne, albo zbyt uproszczone — w obu przypadkach praca była skazana na niepowodzenie.

Druga grupa refleksji dotyczyła samego konkursu. Został on zgodnie oceniony jako udany i Walne Zgromadzenie PTM zaleciło organizowanie go w latach następnych. Konkurs ubiegłoroczny przyniósł wiele doświadczeń, które wykorzystane zostaną w tegorocznym. Zostanie zapewne nieznacznie zmodyfikowany regulamin Konkursu i jego organizacja, jednak podstawowe założenia zostaną zachowane. Regulamin Konkursu 1979 opublikujemy w lutowym numerze Delty, ale już teraz zapraszamy tegorocznych maturzystów i ich nauczycieli do wzięcia w nim udziału.

Tadeusz B. IWIŃSKI
Z-ca Przewodniczącego Komisji Konkursu 1978

Uogólnione ciągi Fibonacciego

Paweł DOMAŃSKI

Skrót pracy nagrodzonej złotym medalem w konkursie Polskiego Towarzystwa Matematycznego i redakcji Delty na najlepszą pracę maturalną z matematyki w roku 1978.

Przypomnijmy sobie definicję zwykłego ciągu Fibonacciego; jest to taki ciąg $\{U_n\}$, że

$$U_0 = 0,\ U_1 = 1 \text{ oraz } U_{n+2} = U_{n+1} + U_n.$$

Jak można uogólnić to pojęcie? Oczywiście ciąg Fibonacciego jest przedstawicielem zbioru ciągów $\{B_n\}$ spełniających warunki:

$$B_1 = a, \quad B_2 = b, \quad B_{n+2} = sB_{n+1} + tB_n,$$

gdzie $a,\ b,\ s,\ t \in C; \quad s,\ t \neq 0.$

Pokażemy później, że dla badania podzielności wygodniejsze będzie inne, nieco węższe uogólnienie. Umówmy się mianowicie, że *uogólnionym ciągiem Fibonacciego nazwiemy każdy taki ciąg* $\{A_n\}$, *w którym*

$$A_0 = 0; \quad A_1 = 1 \quad \text{oraz} \quad A_{n+2} = kA_{n+1} + cA_n,$$

gdzie $(k, c) = 1;\ k, c \in C - \{0\}.$

(m, n) — największy wspólny dzielnik liczb m i n.

Istnieje także wzór, który daje wartość A_n jako funkcje numeru wyrazu. Dla zwykłego ciągu Fibonacciego nosi on nazwę wzoru Bineta od nazwiska Francuza, który go po raz pierwszy dowiódł w 1843 roku.
Indukcyjnie dowodzi się, że jeżeli x_1, x_2 są pierwiastkami równania

$$x^2 - kx - c = 0,$$

$$\text{to: } \begin{cases} \text{gdy} \quad x_1 \neq x_2, \quad A_n = \dfrac{x_1^n - x_2^n}{x_1 - x_2}\ ; \\ \text{gdy} \quad x_1 = x_2 = x, \quad A_n = nx^{n-1}. \end{cases}$$

Przy dowodzie tych wzorów nie odgrywa żadnej roli warunek $(k, c) = 1$. Dość trudne jest znalezienie powyższych wzorów i ciekawe byłoby przedstawienie ogólnych metod znajdowania takich wzorów.

Rozwiązanie zadania M 182.
Niech $N = a_0 + a_1 10 + \ldots + a_n 10^n$.
Modulo 45 mamy
$a_0 + a_1 \cdot 10 \equiv a_0 + a_1 \cdot 10$
$a_2 \cdot 10^2 \equiv a_2 \cdot 10$, bo $100 \equiv 10 \pmod{45}$
$a_3 \cdot 10^3 \equiv a_3 \cdot 10$, bo $1000 \equiv 10 \pmod{45}$
$a_n \cdot 10^n \equiv a_n \cdot 10$.
Dodając, mamy $N \equiv a_0 + 10(a_1 + \ldots + a_n)$.