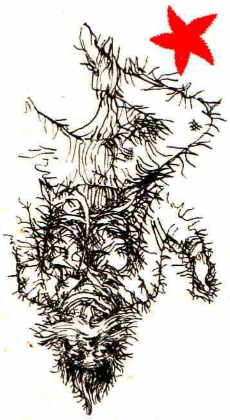
Dygresja. Trochę ich było, ale jeszcze jedna na koniec.
Dlaczego tak okrężnie formułowaliśmy wynik? Pomińmy pretensjonalny tytuł, bo to nieważne. Dlaczego by nie napisać wprost, że nie ma odwzorowań ciągłych dwukrotnych z odcinka (bo chyba o to chodziło?). Dlatego, że wtedy trzeba by powiedzieć w co, i rzecz stałaby się kłopotliwa z całkiem błahego powodu. Oto dla wygody formalnej pojawiło się w działach ogólnych topologii wiele mniej realnych bytów, przez co nabrało sensu mówienie o ciągłości odwzorowania także i tam, gdzie to już nie ma znaczenia: każde odwzorowanie *staje się ciągłe*, jeśli w zbiorze wartości *uznać za otwarte* odpowiednio mało zbiorów. Np. biorąc jakiekolwiek rozbicie odcinka na zbiory dwupunktowe, np. takie jak to z rys. 3, lub całkiem nie kontrolowane przez wyobrażenia, robione za cenę pewnika wyboru, i biorąc pod uwagę odwzorowanie przyporządkowujące punktom odcinka elementy rozbicia, w których te punkty leżą, dostajemy odwzorowanie dwukrotne, które *stanie się ciągłe*, jeśli w zbiorze złożonym z elementów rozbicia *uznać za otwarte* jedynie takie zbiory, dla których sumy elementów do nich należących są zbiorami otwartymi na odcinku. Widać małą wartość takiego rozwiązania.

Od kłopotów z bytami wprowadzanymi dla wygód formalnych nie są wolne i inne działy matematyki: wygody, jakie mogłoby dawać zero, czyż nie są zniweczone przez kłopoty, jakie mamy wtedy, kiedy chcemy przez to zero podzielić?

*



Twierdzenie o nieparzystości odcinka zostało dowiedzione przez O. G. Harrolda, *Duke Mathematical Journal* **5** (1939), str. 475—486. Potem P. Civin, tamże **10** (1943), str. 49—57, wykazał nieparzystość kostek euklidesowych (domkniętych) wymiaru $\leqslant 3$ oraz, że na sferach do wymiaru 3 włącznie nie ma innych sklejeń dwukrotnych oprócz tych, które od razu widzimy. Kostki euklidesowe wyższych wymiarów okazały się też nieparzyste, co pokazał A. W. Czernawski, *Doklady Akademii Nauk SSSR* **144** (1962), str. 286—298.

P. S. Kostka Hilberta, która raz zachowuje się jak kostka (odwzorowania ciągłe kostki Hilberta w siebie mają punkty stałe), a raz jak sfera (jest jednorodna), okazuje się parzysta, ale autor tego artykułu nie umie tego pokazać inaczej niż przez łatwe zastosowanie trudnego twierdzenia o tym, że produkt dendrytu i kostki Hilberta jest kostką Hilberta. Dowody nieparzystości kostek euklidesowych są trudne w sposób prawdziwy, polegając na niebanalnym stosowaniu trudnych twierdzeń o zbiorach punktów stałych inwolucji ciągłych na sferach. Liczba 2 okazuje się wyjątkowa: bez trudu buduje się rozbicia półciągłe odcinka (kwadratu, kostki etc.) na same zbiory trójpunktowe etc.

Zadania

Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI

M 175. Niech a, b, c będą takimi liczbami całkowitymi, że liczba $a+b+c$ jest podzielna przez 6. Udowodnić, że liczba $a^3+b^3+c^3$ jest podzielna przez 6.
Rozwiązanie na str. 12

M 176. Określić w zbiorze dwuelementowym $X = \{a, b\}$ dwa działania $\bigcirc$ i $\square$, przy czym $\square$ ma być działaniem nieprzemiennym, ale rozdzielnym obustronnie względem działania $\bigcirc$.
Uwaga. Działaniem (w zbiorze X) nazywamy każdą funkcję $f\colon X\times X \to X$. Mówimy, że działanie $\bigcirc$ jest rozdzielne obustronnie względem $\square$, gdy dla wszelkich (niekoniecznie różnych) x, y, $z \in X$ jest

$$x \square (y \bigcirc z) = (x \square y) \bigcirc (x \square z),$$
$$(y \bigcirc z) \square x = (y \square x) \bigcirc (z \square x).$$

Rozwiązanie na str. 2

M 177. Znaleźć liczbę par uporządkowanych podzbiorów rozłącznych zbioru $X_n = \{1, 2, \ldots, n\}$.
Rozwiązanie na str. 11

Redaguje dr Waldemar GORZKOWSKI

F 59. Dwie półpłaszczyzny metalowe stykają się pod kątem prostym (rysunek). Wewnątrz kąta dwuściennego utworzonego przez te półpłaszczyzny, równolegle do wspólnej krawędzi biegnie jednorodnie naładowany cienki drut. Gęstość liniowa ładunku na drucie (czyli ładunek przypadający na jednostkę długości) wynosi η. Odległości drutu od półpłaszczyzn metalowych są jednakowe i wynoszą a. Wyznacz wielkość i kierunek siły działającej na jednostkę długości drutu (XXVII Olimpiada Fizyczna, zawody stopnia II).
Rozwiązanie na str. 10