Zakaz Pauliego, gaz zdegenerowany i astrofizyka

Dr Jan Piotr LASOTA

Zgodnie z zakazem Pauliego, prawdopodobieństwo znalezienia dwóch elektronów (lub jakichś innych dwóch identycznych cząstek o spinach połówkowych) w tym samym stanie jest równe zeru. Zakaz Pauliego ma praktyczne znaczenie wtedy, gdy ilość stanów, w których mogą znajdować się elektrony (lub inne cząstki podlegające temu zakazowi), nie jest dużo większa od ilości elektronów w układzie. Jeżeli ochłodzimy gaz złożony z elektronów do temperatury zera bezwzględnego, to energia tego gazu powinna mieć najmniejszą możliwą wartość. Gdyby elektrony nie podlegały zakazowi Pauliego, to wszystkie zajęłyby stany podstawowe o najniższej, zerowej energii. Nie mogą jednak tego zrobić i wypełniają wszystkie kolejne stany energetyczne — aż do pewnego stanu odpowiadającego energii, której wielkość zależy od ilości elektronów. Taki gaz elektronowy nazywamy „zupełnie zdegenerowanym".

Elektrony w tym gazie nie mają wyboru, muszą zajmować stany o najniższych energiach. Dopiero gdy temperatura jest bardzo wysoka i gaz rzadki — elektrony mają dużo miejsca i dużo dostępnych poziomów energetycznych. Zakaz Pauliego nadal wtedy obowiązuje, ale nie ma praktycznie znaczenia.

Okazuje się, że nawet przy stosunkowo dużych temperaturach (nawet rzędu miliona stopni i większych) gaz elektronów może być silnie (choć niezupełnie) zdegenerowany, jeżeli tylko gęstość tego gazu będzie odpowiednio duża. Zauważmy, że zakaz Pauliego wywołuje rodzaj „odpychania" między elektronami, a więc jest powodem występowania ciśnienia gazu zdegenerowanego. „Odpychanie" to nie jest żadnym prawdziwym oddziaływaniem, takim jak oddziaływanie grawitacyjne, elektromagnetyczne, słabe i silne i nie jest związane z żadnym polem fizycznym. Ponieważ jednak nie możemy zmusić dwóch elektronów, by znalazły się w tym samym miejscu, to w rezultacie występuje coś w rodzaju „siły odpychania".

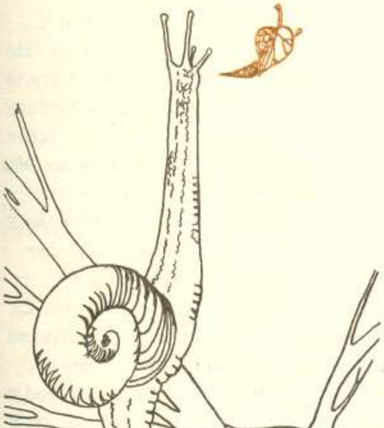
Jakie to ma znaczenie?

Rozpatrzmy ciało stałe — kryształ lub inne ciało o mniej regularnej strukturze. W takim ciele rozkład ładunków elektrycznych (ujemnych elektronów i dodatnich jonów) jest taki, że ich oddziaływania wzajemne są przyciągające. Przyciąganie to jest równoważone przez odpychanie między elektronami wywołane zakazem Pauliego — w ten, z grubsza biorąc, sposób osiągana jest równowaga dla ciał stałych.

Dla ciał bardziej masywnych, w których istotne jest przyciąganie grawitacyjne, sprawa wygląda inaczej. W dalszym ciągu zajmiemy się gwiazdami, a więc ciałami, w których przyciąganie grawitacyjne jest równoważone przez ciśnienie wewnętrzne. W gwiazdach „normalnych", w których zachodzą reakcje termojądrowe, ciśnienie to jest wywołane przez ruchy cieplne cząstek. Gdy gwiazda wypali już swoje paliwo termojądrowe i nie ma już źródła ciepła, które mogłoby przeciwstawić się miażdżącemu działaniu siły ciężkości, w niektórych przypadkach ratują ją przed zagładą elektrony. Zostają one wyrwane z atomów i tworzą gaz, którego ciśnienie wywołane zakazem Pauliego przeciwdziała sile grawitacji. Gwiazdy, które wypaliły się już wewnątrz i istnieją dzięki zakazowi Pauliego dla elektronów, nazywają się białymi karłami.

Okazuje się jednak, że białe karły nie mogą być zbyt ciężkie, mianowicie gwiazda o masie większej od około $1M_\odot$ (masa Słońca) nie może istnieć jako biały karzeł. Odkrył to w latach trzydziestych amerykański astronom pochodzenia hinduskiego, S. Chandrasekhar. Cóż, grawitacja, mimo że jest najsłabszym ze znanych oddziaływań elementarnych, potrafi zdominować wszystkie siły odpychania, jeżeli tylko mamy do czynienia z odpowiednio dużymi masami.

Elektrony nie są jedynymi cząstkami podlegającymi zakazowi Pauliego. Pamiętajmy o tym, że w gwieździe oprócz elektronów, odpowiadających w przypadku białych karłów za ciśnienie, znajdują się również jądra atomowe, które są cięższe od elektronów, a więc mniej ruchliwe i dające mały wkład do ciśnienia. Jądra te składają się z protonów i neutronów — cząstek podlegających zakazowi Pauliego.

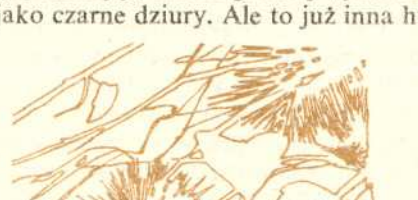


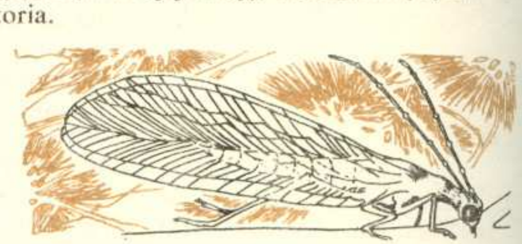
W normalnych warunkach neutrony swobodne żyją krótko (~ 15 min.) i rozpadają się na proton, elektron i antyneutrino. Ale w gwieździe wypełnionej zdegenerowanym gazem elektronowym neutron nie może się rozpaść — znowu zakaz Pauliego — elektron z rozpadu nie ma miejsca dla siebie, wszystkie możliwe stany są już szczelnie zapełnione. Następuje wtedy proces odwrotny (jeśli odpowiednio zwiększy się gęstość materii) — jądra wychwytują elektrony i protony zamieniają się na neutrony (plus neutrino, ale ono ucieka z gwiazdy). W wyniku takiej neutronizacji, gwiazda składać się będzie przede wszystkim z neutronów, które znów tworzą gaz zdegenerowany. Takie gwiazdy neutronowe są obserwowane jako tzw. pulsary.
Niestety, okazuje się, że neutrony nie są wcale „mocniejsze" od elektronów — znów istnieje masa maksymalna, powyżej której nie mogą istnieć gwiazdy neutronowe. Masa ta jest co do rzędu wielkości równa masie znalezionej przez Chandrasekhara dla białego karła. Może się to wydawać dziwne — neutrony są przecież dużo cięższe od elektronów. Występowanie masy maksymalnej wiąże się jednak z tym, że cząstki tworzące gaz zdegenerowany stają się wraz ze wzrostem gęstości relatywistyczne. To znaczy, że ich energie są dużo większe od ich masy spoczynkowej. Nieważną jest zatem masa spoczynkowa cząstki — liczy się jej całkowita energia ($E = mc^2$, ale w tym wzorze m nie jest masą spoczynkową.

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$ i tu m_0 — to jest dopiero masa spoczynkowa),

a ta jest podobna dla zdegenerowanego gazu elektronów i neutronów.
A co się dzieje z gwiazdami, które są za ciężkie, by stać się białymi karłami lub gwiazdami neutronowymi? No cóż, albo udaje im się jakoś zrzucić nadwagę (wybuchając, albo łagodniej wydmuchując część swojej masy), albo kończą życie jako czarne dziury. Ale to już inna historia.

Pulsary — to gwiazdy emitujące promieniowanie elektromagnetyczne w formie krótkich pulsów. Pulsy te powtarzają się w sposób bardzo regularny.



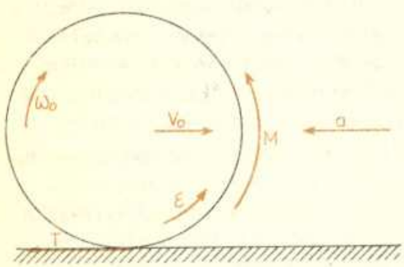


Cząstki nieodróżnialne

Doc. dr Michał ŚWIĘCKI

Zaczniemy od wyników doświadczeń, chociaż zostały one przewidziane uprzednio przez teorię. Wiązkę jąder izotopu helu ^{3}He skierowano na tarczę helową, którą może być ciekły hel, tyle że złożony z innego izotopu ^{4}He. Jądra ^{3}He po przejściu przez tarczę ulegną rozproszeniu.
Rozpraszanie to zachodzi w zasadzie tylko na jądrach ^{4}He tarczy, gdyż elektrony atomowe są zbyt lekkie na to, by zaburzyć ruch ciężkich jąder wiązki helowej. W wyniku rozpraszania jądra ^{3}He zmienią kierunek swego biegu, natomiast jądra ^{4}He zostaną odbite pod pewnym kątem. Kąty te możemy mierzyć. Zależą one oczywiście od tego, jak daleko od środka uderzonej cząstki z tarczy przebiegała cząstka z wiązki. Ponieważ różne cząstki przebiegają w różnych odległościach od jąder tarczy, więc otrzymujemy pewien rozkład kątów, pod którymi lecą cząstki po rozproszeniu. Dla symetrii rozpatrujemy całe rozpraszanie w układzie środka masy. W tym układzie obie cząstki zbliżają się, a po zderzeniu oddalają się z tymi samymi pędami. Kąty rozproszenia między pędami początkowymi i końcowymi będą oczywiście znowu różne dla różnych cząstek z wiązki. Między innymi otrzymamy cząstki, które rozproszą się pod kątem 90°. Nie ma w tym wszystkim nic nadzwyczajnego. Nic też istotnego nie zajdzie, jeśli ograniczymy energię wiązki do takiej wartości, by padające jądra ^{3}He nie mogły zbliżyć się do jąder ^{4}He na odległości porównywalne z zasięgiem sił jądrowych ($\sim 10^{-14}$ m). Po prostu przy zbyt niskiej energii nie pozwoli na to odpychanie coulombowskie między dodatnimi ładunkami jąder. W takich warunkach rozpraszanie zachodzi wyłącznie przez oddziaływania elektromagnetyczne między jądrami. Oddziaływania silne nie grają tu żadnej roli.
Teraz na tę samą tarczę ^{4}He skierujemy wiązkę cząstek o tej samej, co uprzednio energii, tyle że złożoną z jąder izotopu ^{4}He, a nie ^{3}He. Okaże się, że wynik rozpraszania będzie inny.
W szczególności pod kątem 90° otrzymamy dwa razy więcej rozproszonych jąder ^{4}He niż poprzednio jąder ^{3}He.
Pomimo że dwa izotopy helu to dwie różne cząstki, jednak otrzymana w tych doświadczeniach różnica wcale nie jest trywialna. Przecież zadbaliśmy o to, żeby rozpraszanie zachodziło wyłącznie

Rozwiązanie zadania F 58
Na kulkę działają: 1° siła tarcia posuwistego T powodująca liniowe opóźnienie kulki a w kierunku zaznaczonym na rysunku,



2° moment tarcia potoczystego M. Opóźnienie kątowe kulki zostało oznaczone na rysunku przez ε. Ponieważ kulka się toczy, więc M ma maksymalną możliwą wartość równą kmg.
O wartości siły tarcia T nie można zakładać, że ma maksymalną wartość równą fmg, gdyż nie ma poślizgu.
Korzystając z praw dynamiki możemy wypisać następujące dwa równania:

$$ma = T$$

$$I\varepsilon = kmg - Tr$$

oraz równanie wyrażające brak poślizgu:

$$a = \varepsilon r.$$

I oznacza tu moment bezwładności kulki równy $\frac{2}{5}mr^2$. Otrzymaliśmy 3 równania z trzema niewiadomymi a, ε i T. Rozwiązując ten układ równań dostajemy:

$$T = \frac{5}{7}\frac{kmg}{r}$$

$$a = \frac{5}{7}\frac{kg}{r}$$

$$\varepsilon = \frac{5}{7}\frac{kg}{r}.$$

Siła tarcia T nie może przekraczać maksymalnej wartości $T_{max} = fmg$. Zatem

$$\frac{5}{7}\frac{kmg}{r} \leq fmg.$$

Stąd

$$5k \leq 7fr,$$

co jest właśnie szukanym związkiem.
Mając a łatwo można obliczyć czas trwania ruchu bez poślizgu. Po krótkich obliczeniach otrzymujemy, że kulka zatrzyma się po czasie

$$t = \frac{7v_0 r}{5kg}.$$