

Prof. dr Dominik ROGULA

## Zadania niealgorytmizowalne

Wzmiankowany w trzecim odcinku (Delta 8/1978) pogląd, że maszyna nie może wykonywać zadań niealgorytmizowalnych, nie miałby większego znaczenia gdyby okazało się, że zadania takie w ogóle nie istnieją, bądź też, że jeśli istnieją, to są akrobatycznie wymyślne i pozbawione praktycznego znaczenia. Tak jednak nie jest.

Okazuje się przede wszystkim, że niealgorytmizowalne zadania istnieją. Aby zrozumieć jak to jest możliwe, zastanówmy się chwilę nad nie sprecyzowanym dotąd pojęciem zadania. Chodzi o to, że ogólnie pojęte zadanie to właściwie klasa alternatywnych zadań szczegółowych, przy czym klasa ta może być nieskończona.

Takim zadaniem szczegółowym może być np. rozwiązanie równania  $x^2 - 2 = 0$ , a zadania

- rozwiązywania dowolnego równania postaci  $x^2 - a = 0$ ,
- rozwiązywania dowolnego równania kwadratowego,
- rozwiązywania dowolnego równania algebraicznego,
- rozwiązywania dowolnego układu równań algebraicznych

przedstawiają przykłady zadań ogólnych o wzrastającym stopniu ogólności. Wymagane przez algorytm dane stanowią informację potrzebną do sprecyzowania konkretnego zadania szczegółowego.

Może się zdarzyć, że objęta przez pewne zadanie ogólna klasa zadań szczegółowych będzie tak obszerna, że nie istnieje jeden wspólny algorytm ich wykonywania. Mimo realizowalności każdego zadania szczegółowego, zadanie ogólne nie będzie wówczas algorytmizowalne.

Że takie zadania rzeczywiście istnieją, można udowodnić zupełnie ściśle.

W teorii algorytmów dowodzi się, że istnieją funkcje, które nie są obliczalne.

Oczywiście zadanie obliczania takiej funkcji jest niealgorytmizowalne. Podobnie, niealgorytmizowalne są zadania wymagające odpowiedzi na pytania o własności wyrażające się predykatami nierozstrzygalnymi.

Sam formalny dowód istnienia zadań niealgorytmizowalnych nie przesądza jeszcze kwestii, czy wśród nich są zadania interesujące. Okazuje się jednak, że są. Wiele dobrze postawionych zadań (np. matematycznych) o wielkiej często doniosłości to zadania niealgorytmizowalne. Niealgorytmizowalność zadań o dużym stopniu ogólności jest raczej regułą niż wyjątkiem.

Przykładem takiego zadania jest:

Znane są aksjomaty i reguły wnioskowania pewnej teorii. Dane jest zdanie  $T$ . Sprawdzić, czy  $T$  wynika z aksjomatów przez zastosowanie reguł wnioskowania.

Zagadnienie algorytmizowalności tego zadania to klasyczne zagadnienie rozstrzygalności teorii. Jego rozwiązanie, dane przez jedno ze słynnych twierzeń Gödla, jest dla teorii dostatecznie bogatych negatywne.

Znane są również przykłady bardziej elementarne, choć o podobnej budowie formalnej.

Odległość można mierzyć przebiegiem światła tylko w ośrodkach jednorodnych (za taki uważamy np. przestrzeń międzygwiazdową). W każdej innej sytuacji światło ulega najróżniczszym zmianom wskutek odbić, załamania, pochłaniania i interferencji (o której dźwięcznik nie mówi). Gdy widzimy „promień słoneczny” (czyli oświetlone pyłki unoszące się w powietrzu) dostrzegamy ten kierunek biegu światła, w którym biegnie najwięcej promieni. Wniosek stąd taki, że większość promieni udaje się uniknąć zniekształcenia. Tor „promienia słonecznego” jest prawie prosty, bo atmosfera (na małej długości) jest prawie jednorodna. Zaś w głębi morza światło tej barwy która jest najsłabszej pochłaniania przez wodę niezależnie od tego, czy była przedtem rozproszona w atmosferze, czy nie.

