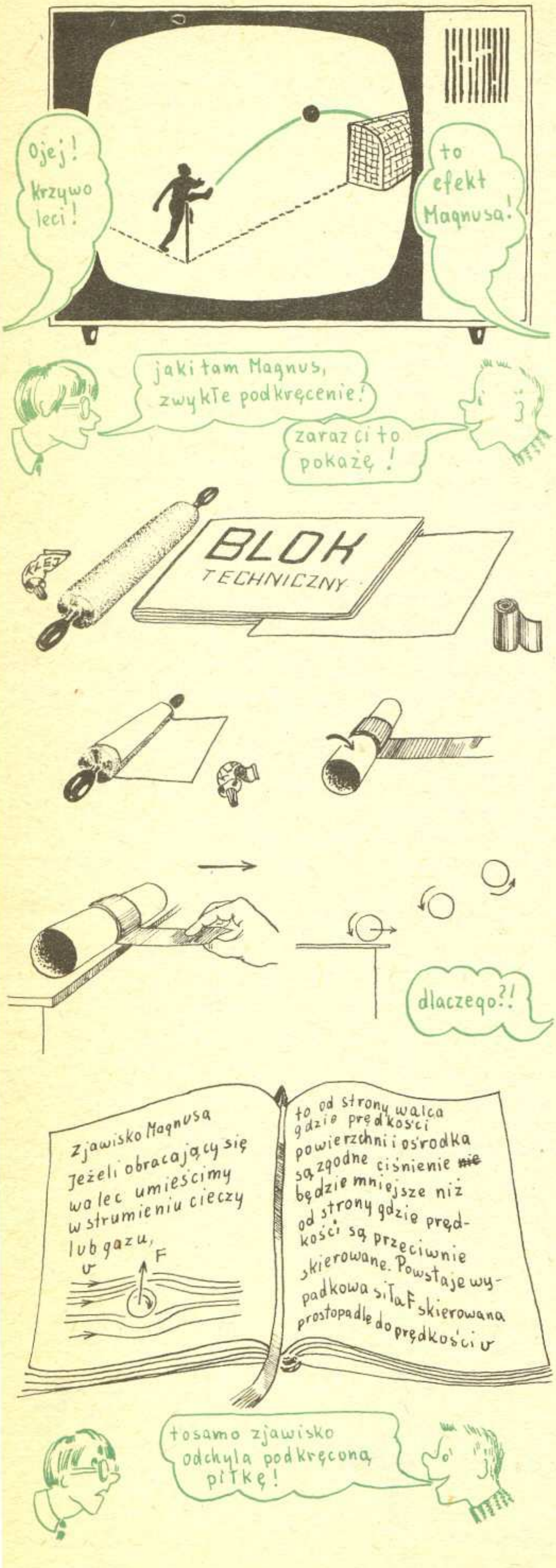
Czytelnicy proponują

J. F. Szurek z Warszawy: ,,W Nr 1 ,,Delty" z r. 1978 przypomniano wiersz Kazimierza Cwojdzińskiego, ułatwiający zapamiętanie kolejnych cyfr liczby π. Wiersz ten zawiera jeden wyraz pisany według zasad dawnej pisowni, co — mimo uprzedzenia Redakcji — może mylić. Zamiast tego wiersza proponujemy łatwiejszy, chociaż o 7 dalszych cyfr dłuższy.

Oto tekst:

Już i Lato i Deyna	3 1 4 1 5
strzelili do bramki obcej	9 2 6 5
dwa karne	3 5
Lubański dostrzegł mistrza Szarmacha	8 9 7 9
gdy on tak wypuścił cios szacha	3 2 3 8 4 6
że zdobyć musi cel gry	2 6 4 3 3
krzyknął Gol na Mundial Argentyna	8 3 2 7 9

W ten sposób łatwo pamiętamy 30 miejsc po przecinku!"



Rys. 1

Fizyka na boisku piłkarskim

Dr Daria ZIEMIŃSKA i
dr Andrzej ZIEMIŃSKI

Rozpoczęły się Mistrzostwa Świata w Argentynie. Przez dwa tygodnie wielu z Was będzie żyć rogalami Deyny, rzutami wolnymi, karnymi itd. Jest to pasjonująca gra. Jest w niej dużo nie mniej ciekawej fizyki, o której nie pamięta się podczas oglądania meczu, ale o której warto pomyśleć w chwilach mniejszego napięcia. Poniżej zamieszczamy krótki słowniczek piłkarsko-fizyczny. Zawiera on kilka zagadnień, które uważaliśmy za najbardziej interesujące.

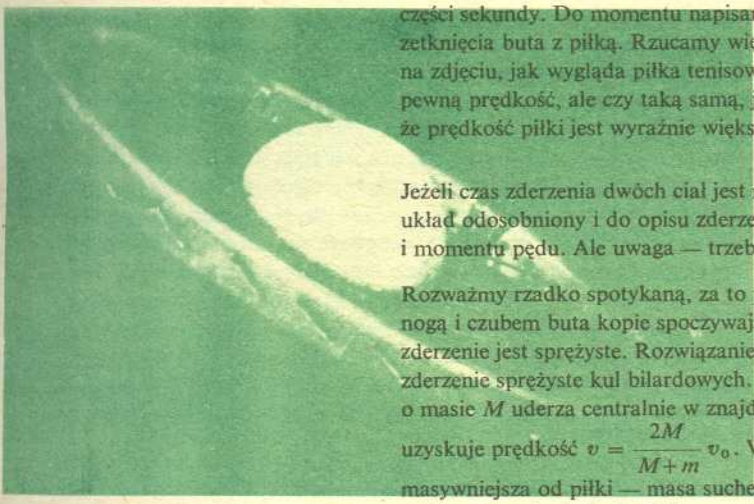
PIŁKA

Piłka na pewno powinna być okrągła. Jednakże, szyjąc piłkę z płaskich kawałków skóry osiągamy tylko pewne przybliżenie kuli. Musi ono być dostatecznie dobre, tak, by elastyczność skóry mogła zniwelować niedokładności. Dobór właściwych łat do uszycia piłki był dyskutowany w 7 numerze ,,Delty" z 1975 roku. Piłki, jakich używają piłkarze, są uszyte z łat w kształcie wielokątów foremnych: 12 pięciokątów i 20 sześciokątów. Tak uszyta piłka spełnia zależność Eulera dla wielościanów wypukłych:

$$\text{liczba rogów} - \text{liczba szwów} + \text{liczba łat} = 2.$$

Średnica piłki meczowej wynosi 20 cm, a ciśnienie zawartego w niej powietrza jest o 0,6—0,7 atmosfer większe od ciśnienia atmosferycznego.

KOPANIE PIŁKI



Większość podstawowych czynności piłkarzy: kopanie i główkowanie piłki, jej „gaszenie" lub wychwytywanie przez bramkarzy sprowadza się do *zderzenia* piłki z innym ciałem. Piłkarz, kopiąc piłkę, zderza z nią swój but. But naciska na piłkę powodując jej odkształcenie. Podobnie piłka działa siłą reakcji na but piłkarza. Siły sprężyste powstałe w wyniku odkształcenia piłki i buta ostatecznie odepchną oba ciała od siebie. Siły te występują wyłącznie w określonym przedziale czasu Δt, zwanym czasem zderzenia. Czas zderzenia dla piłki jest rzędu setnych części sekundy. Do momentu napisania tego artykułu nie udało nam się sfotografować chwili zetknięcia buta z piłką. Rzucamy więc wyzwanie Czytelnikom. W zastępstwie pokazujemy na zdjęciu, jak wygląda piłka tenisowa w chwili zderzenia z rakietą. Kopnięta piłka uzyskuje pewną prędkość, ale czy taką samą, jaką miał czubek buta piłkarza? Łatwo zaobserwować, że prędkość piłki jest wyraźnie większa. O ile? Spróbujmy to oszacować.

Jeżeli czas zderzenia dwóch ciał jest mały, to zderzające się ciała możemy traktować jako układ odosobniony i do opisu zderzeń możemy stosować zasady zachowania energii, pędu i momentu pędu. Ale uwaga — trzeba zawsze pomyśleć, co w danej sytuacji zderza się z piłką.

Rozważmy rzadko spotykaną, za to prostą sytuację: stojący zawodnik robi potężny zamach nogą i czubem buta kopie spoczywającą piłkę. Piłka jest dobrze napompowana, więc zderzenie jest sprężyste. Rozwiązanie narzuca się samo. Przypominamy sobie ze szkoły centralne zderzenie sprężyste kul bilardowych. Wiadomo, że gdy nadbiegająca z prędkością v_0 kula o masie M uderza centralnie w znajdującą się w spoczynku kulę o masie m, to ta ostatnia uzyskuje prędkość $v = \frac{2M}{M+m} v_0$. W praktyce, ponieważ noga piłkarza jest znacznie masywniejsza od piłki — masa suchej piłki wynosi około 250 gramów — piłka powinna odskoczyć z dwukrotnie większą prędkością.

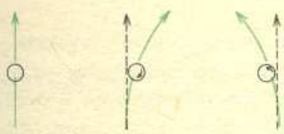
Analogia z kulami bilardowymi nie najlepiej stosuje się do kopnięcia piłki. Noga piłkarza bardziej przypomina sztywny, jednorodny pręt o masie M i długości l, obracający się wokół osi umieszczonej w biodrach (lub w kolanie), niż kulę bilardową. Jeżeli podczas zderzenia oś ma pozostać nieruchoma, muszą na nią działać siły pochodzące od całego ciała piłkarza, a więc, z punktu widzenia układu: noga — piłka, siły zewnętrzne. W takiej sytuacji nie można mówić o zachowaniu pędu w zderzeniu. Obowiązuje natomiast prawo zachowania energii i momentu pędu, ponieważ przyłożona do osi siła zewnętrzna nie wykonuje pracy i jej moment równa się zeru. Mamy więc:

$$\frac{1}{3} Ml^2\omega = \frac{1}{3} Ml^2\omega' + vlm,$$

$$\frac{1}{3}\frac{Ml^2\omega^2}{2} = \frac{1}{3}\frac{Ml^2\omega'^2}{2} + \frac{mv^2}{2},$$

gdzie ω i ω' oznaczają prędkości kątowe nogi przed i po kopnięciu, a $\frac{1}{3} Ml^2$ odpowiada momentowi bezwładności jednorodnego pręta wokół osi przechodzącej przez jeden z jego końców. Po rozwiązaniu tego układu równań otrzymujemy związek $v = \frac{2M}{3m+M} v_0$, gdzie $v_0 = l\omega$ jest prędkością końca buta przed zderzeniem. Nowa zależność v od v_0 praktycznie pokrywa się z zależnością otrzymaną dla kul bilardowych, jeśli masę piłki można zaniedbać w porównaniu z masą nogi.

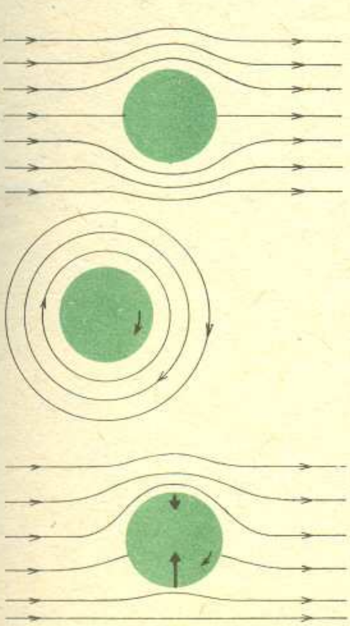
Piłkarzom lekko przychodzi kopanie stojących piłek, podobnie jak fizykom opisywanie akademickich przykładów. Niestety, rzeczywistość jest o wiele bardziej skomplikowana. Nogi piłkarzy różnią się nieco od jednorodnych prętów, rzadko kiedy uderza się piłkę centralnie, zarówno piłkarz jak i piłka najczęściej są w ruchu. Istota zjawiska jednak zawsze pozostaje ta sama.



Rys. 2

GŁÓWKOWANIE

Przypuszczalnie niejeden z kibiców serdecznie współczuje piłkarzowi przyjmującemu na głowę ciężką, silnie bitą piłkę. Pewne zdziwienie budzi również fakt, że głowa nie pęka od takiego uderzenia. Wytłumaczenie tego jest ryzykowne, piłkarze mogliby się za nie obrazić. Po prostu nie pęka, bo jest pusta w środku. Nie jest to specyfika głowy piłkarza, ale prawo często wykorzystywane w przyrodzie: w skorupce jajka, sklepieniach budowli itp. Owalny kształt czaszki i jej spoistość powodują, że siła uderzenia piłki rozkłada się po całej powierzchni. Jak już wspomnieliśmy, główkowanie jest jednym z przykładów zderzenia. Ale zauważcie, jak piłkarze główkują. Nie jest to machnięcie głową na szyi, ale przyjmując piłkę na głowę piłkarz napina mięśnie szyi i robi zamach całą górną częścią tułowia. Powód? Aby prędkość piłki uległa istotnej zmianie, piłka musi zderzyć się z ciałem o dużym momencie bezwładności.



a.)
b.)
c.)
Rys. 3

Na piłkę działa siła oporu czołowego, opisana zależnością:

$$F = C(Re)\varrho v^2 \frac{\pi d^2}{8},$$

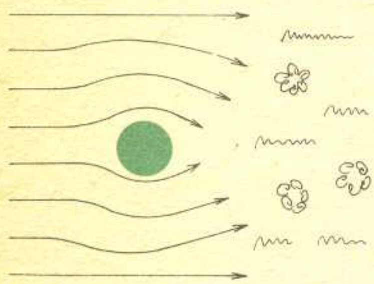
gdzie d jest średnicą piłki. Współczynnik $C(Re)$ t e o r e t y c z n i e jest funkcją wielkości bezwymiarowej, tzw. liczby Reynoldsa $Re = \frac{\varrho}{\eta} vd$ (η — lepkość powietrza). Okazuje się jednak, że w interesującym nas obszarze zmienności liczby $Re(10^4 - 2 \cdot 10^5)$ współczynnik $C(Re)$ jest praktycznie stały i równy 0,45.

Zagadnienie opływu kuli jest analogiczne do problemu znanego z elektrostatyki z kulą przewodzącą umieszczoną w jednorodnym polu elektrostatycznym. Problem ten rozwiązywaliśmy w 10 numerze „Delty" z 1974 roku. Pole elektrostatyczne (tutaj prędkości) na zewnątrz kuli jest sumą pola jednorodnego plus pola dipola, umieszczonego w środku kuli. Moment dipolowy należy tak dobrać, żeby prędkość przepływu miała składową normalną do powierzchni kuli, równą zeru.

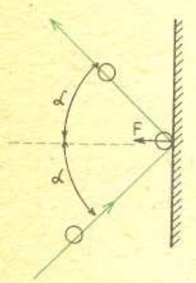
Twierdzenie Bernoulliego: przy ruchu ustalonym cieczy doskonałej, odbywającym się pod wpływem sił zachowawczych, dla wszystkich punktów wzdłuż linii prądu zachodzi związek, będący po prostu zasadą zachowania energii:

$$\frac{p}{\varrho} + \frac{1}{2} v^2 + \varphi = \text{const},$$

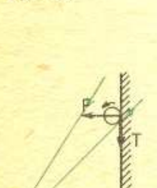
gdzie: p — ciśnienie, v — prędkość przepływu, ϱ — gęstość cieczy, φ — energia potencjalna na jednostkę masy. Występowanie lepkości zmienia ten związek, ale przeważnie nie wprowadza to jakościowych różnic.



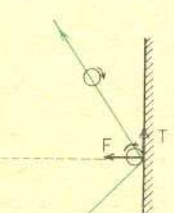
Rys. 4



Rys. 5a)



Rys. 5b)



Rys. 5c)

LOT PIŁKI

Jest to oczywiście znany rzut ukośny. Wiadomo, ciało rzucone ukośnie w polu grawitacyjnym porusza się w jednej płaszczyźnie, po paraboli, a dokładniej — wskutek działania oporu powietrza, po krzywej balistycznej. Czy tak jest zawsze? Na czym polega sztuka, którą opanowali niektórzy piłkarze, że piłka wystrzelona z rzutu rożnego trafia do bramki, albo podana do kolegi omija przeciwnika stojącego przed nim? Są to tzw. *piłki podkręcone*, kopnięte wewnętrzną lub zewnętrzną częścią buta tak, by piłce nadać dodatkowo ruch obrotowy o osi obrotu w przybliżeniu prostopadłej do kierunku lotu. Na tak kopniętą piłkę działa w powietrzu oprócz siły oporu, siła poprzeczna, skręcająca kierunek lotu piłki. Piłka podkręcona zgodnie z ruchem wskazówek zegara odchyla się w prawo od kierunku ruchu, a podkręcona przeciwnie w lewo (rys. 2). Obserwowane zjawisko znane jest w hydro- i aerodynamice pod nazwą *efektu Magnusa*. Rozważmy ruch kuli o prędkości v_0 w ośrodku ciągłym, takim jak woda czy powietrze. Uprościmy nasze rozważania przyjmując, że gęstość ośrodka jest stała (ośrodek nieściśliwy). Jeżeli kula porusza się tylko ruchem postępowym, to w układzie odniesienia związanym z kulą cząsteczki ośrodka opływają kulę po liniach pokazanych na rys. 3a. Natomiast wirująca kula dodatkowo nadaje cząsteczkom ośrodka w przyległych warstwach ruch obrotowy po okręgach wokół kuli (rys. 3b). Taka, dosyć wyidealizowana sytuacja zachodzi jedynie w pewnym zakresie lepkości oraz prędkości. W rezultacie ruch cząsteczek ośrodka względem kuli jest superpozycją ruchu postępowego i obrotowego (rys. 3a i 3b) Wypadkowa prędkość cząsteczek jest z jednej strony kuli większa niż ze strony przeciwnej. Rys. 3c pokazuje linie opływu kuli. Większym prędkościom opływu odpowiada na rysunku gęstsza sieć linii. Z prawa Bernoulliego wiadomo, że w miejscach, gdzie prędkość przepływu jest większa, ciśnienie musi być mniejsze i odwrotnie.

Wynika stąd, że z dwóch stron działają na kulę nierówne siły. Ich wypadkowa jest skierowana prostopadle do kierunku ruchu kuli i powoduje zmianę tego kierunku. Wartość siły odchylającej można policzyć przy pomocy twierdzenia Bernoulliego uwzględniając rozkład prędkości cząsteczek. Wartość siły, przy zaniedbaniu strat energii na siłę lepkości, jest wprost proporcjonalna do prędkości ruchu postępowego piłki, prędkości kątowej jej obrotu i gęstości powietrza oraz rośnie wraz z rozmiarami piłki.

Inne przykłady występowania efektu Magnusa opisane są w niniejszym numerze Małej Delty. Należy wspomnieć, że opływ rzeczywistego powietrza, nawet wokół nie podkręconej piłki, bynajmniej nie wygląda tak stacjonarnie, jak na rys. 3a. Jest to opływ turbulentny — burzliwy i w dużym stopniu chaotyczny (patrz rys. 4).

Opis rzeczywistego lotu piłki jest bardzo skomplikowany, nawet przy idealnych warunkach atmosferycznych. Cóż dopiero, jak zadmie wiatr i lunie deszcz. Żaden fizyk nie przepowie lotu piłki w takich warunkach. Tylko piłkarze wiedzą, jak ją kopnąć, by trafiła do adresata.

ODBICIE PIŁKI

Odbijanie lecącej piłki, jej gaszenie, łapanie piłki przez bramkarza stanowią liczne przykłady zderzeń dwóch ciał o bardzo różnych masach. Zderzenia omówiliśmy przy okazji główkowania i kopania piłki. Teraz chcemy zwrócić uwagę na trudności, jakie sprawiają piłkarzom, a zwłaszcza bramkarzom, wielokrotnie już wspomniane „podkręcane" piłki. Dlaczego? Bowiem przy odbiciu piłki „podkręconej" dzieją się dziwne rzeczy. Zawodzi wtedy znane prawo dla odbicia od ściany mówiące, że kąt odbicia równa się kątowi padania. Można się o tym przekonać rzucając ukośnie do podłogi piłeczkę tenisową odpowiednio ją podkręcając. Przy pewnej wprawie można ją rzucić tak, by wróciła do rąk rzucającego! Wytłumaczenie tego „podejrzanego" zachowania się piłki podkręconej jest naszkicowane na rys. 5abc. W przypadku niepodkręconej piłki (rys. 5a) siła oddziaływania podłogi na piłkę skierowana jest prostopadle do powierzchni ściany i nie zmienia składowej pędu piłki, równoległej do ściany. Dlatego kąt padania równa się kątowi odbicia. Natomiast przy zetknięciu się podkręconej piłki ze ścianą pojawia się dodatkowa siła tarcia, hamująca ruch obrotowy piłki. Siła ta jednocześnie zmienia składową pędu piłki, równoległą do ściany, zwiększając ją lub zmniejszając w zależności od kierunku obrotu piłki (rys. 5bc).

RZUT KARNY

Czy można winić bramkarza, że nie obronił rzutu karnego?
Obliczmy, jakie są jego szanse.
Choćby był najlepiej wytrenowany, nie może zadziałać natychmiast. Czas reakcji dobrego bramkarza wynosi około 0,1 sekundy. Następnie bramkarz musi dotrzeć, choćby rękami, do rogu bramki odległego o blisko 4 metry. Mało prawdopodobne wydaje się skrócenie czasu interwencji bramkarza poniżej 0,3 sekundy. Piłka leci z prędkością około 50 m/s i ma do przebycia drogę około 12 m. Potrzeba na to zaledwie 0,2—0,3 sekundy.

A więc rzut karny, jeśli tylko dobrze wykonany, musi skończyć się bramką. Chyba, że w bramce stoi Jan Tomaszewski....