I

Niewątpliwie najważniejszym rodzajem liczb są liczby naturalne. Przy ich bowiem pomocy możemy skonstruować wszystkie inne. Niemiecki matematyk Kronecker posunął się nawet do stwierdzenia, że „Bóg stworzył liczby naturalne, reszta jest dziełem człowieka". A która z liczb naturalnych jest najważniejsza? Oczywiście jeden! Jej zasadnicza własność wyraża się w tym, że każdą liczbę naturalną można otrzymać przez dodawanie do siebie jedynki. Dokładniej tę myśl precyzuje zasada indukcji matematycznej. Przypuśćmy bowiem, że chcemy udowodnić, że jakaś własność przysługuje każdej liczbie naturalnej. Co w tym celu wystarczy zrobić?
Po pierwsze udowodnić dla liczby jeden. A następnie przypuścić, że daną własność ma jakaś liczba naturalna i wtedy udowodnić, że tę własność ma również liczba o jeden większa. Ta zasada w końcu XIX w. została użyta przez włoskiego matematyka Peano do stworzenia aksjomatyki liczb naturalnych, w której pojęciami podstawowymi była właśnie liczba jeden oraz przyporządkowanie danej liczbie liczby o jeden większej. Może zatem powinniśmy „poprawić" myśl Kroneckera: Bóg stworzył liczbę jeden, reszta jest dziełem człowieka.
Teraz, kiedy już wiemy, że liczba jeden jest najważniejszą liczbą naturalną, powinniśmy zająć się badaniem jej własności. Odnotujmy tu jedną, ciekawszą. Każdy z nas zapewne niejednokrotnie stawał wobec konieczności wyboru i przekonał się, że nie jest to łatwe. Co innego, kiedy wybór, którego mamy dokonać, jest trywialny — mamy „do wyboru" tylko jedną ewentualność (Już słyszę głosy protestu, bo i cóż to za wybór!). Możemy się spodziewać, że dokonując wielu wyborów narażamy się na większe trudności, ale prawdziwe problemy rozpoczynają się wtedy, gdy musimy wybrać nieskończenie wiele razy. Spróbujmy sformalizować ten problem i zobaczyć, na czym polega trudność.

Wyobraźmy więc sobie, że mamy nieskończoną rodzinę zbiorów niepustych o tej własności, że każde dwa zbiory z tej rodziny są rozłączne. Pytamy, czy istnieje zbiór „wybierający" z każdego zbioru z naszej rodziny po jednym elemencie, tzn. zbiór taki, że jego przecięcie z każdym ze zbiorów naszej rodziny jest jednoelementowe. Założenie, że taki zbiór istnieje, nazywa się w teorii mnogości pewnikiem wyboru. Spośród innych pewników wyróżnia się on tym, że postuluje istnienie zbioru, którego jednocześnie nie definiuje; jest, jak się to dziś nazywa, nieefektywny. Ta jego nieefektywność spowodowała nieufność wielu matematyków wobec niego i, co za nią idzie, próby udowodnienia go, lub obalenia, za pomocą wyłącznie pozostałych pewników. Okazało się jednak, że jest to niemożliwe i tu znów powracamy do naszej liczby 1. Mianowicie w 1963 r. amerykański matematyk Cohen pokazał, że nie można udowodnić istnienia takiego zbioru wybierającego po jednym elemencie z nieskończenie wielu zbiorów więcej niż jednoelementowych. Jak już wiemy, z jednoelementowych nietrudno. Dla zilustrowania tej sytuacji wyobraźmy sobie państwo, w którym wyboru parlamentu dokonuje się w nieskończenie wielu okręgach jednomandatowych. Załóżmy również, że w tym państwie ludzie nie znają alfabetu. Twierdzenie Cohena mówi dokładnie tyle, że nie możemy mieć pewności, że parlament zostanie wybrany, chyba że ograniczymy ilość kandydatów w każdym okręgu do jednego. Ale znów zaprotestujecie, bo co to za wybór! Musimy się jednak zgodzić, że jest to dziwna własność wyróżniająca liczbę jeden spośród wszystkich innych.

2

Wielu mędrców przez wiele lat trudziło swe umysły, aby odnaleźć Doskonałość. Szukali jej wszędzie. Gdy nie znaleźli na Ziemi, skierowali swój wzrok ku gwiazdom. Ale i tam jej nie było. Wtedy przybyli do progu Matematyki. Progiem tym była liczba. Liczba Jeden. A Doskonałość leżała tuż za progiem. Nie, nie mylisz się Czytelniku. To liczba Dwa!
Pomyśl. Towarzyszy Ci ona przez całe życie. Od chwili, kiedy poszedłeś do szkoły, stykałeś się z nią niemal codziennie. Mogłeś ją nawet dostać zupełnie za nic. A kto Cię posłał do szkoły? Dwoje rodziców. Czy zastanawiałeś się nad tym, co by było, gdybyśmy mieli inną liczbę rodziców? Gdyby przyroda upodobała tu sobie na przykład rzekomo szczęśliwą liczbę siedem? Pomyśl. Te ośmiokąty małżeńskie, te sześcioosobowe chóry pod balkonem siódmej osoby. Nie wspomnimy przez delikatność o tym, jak mieściłoby się takie małżeństwo w M-2.
Dosyć! Podelektujmy się absolutnym pięknem liczby Dwa. Któraż liczba jeszcze ma podobne własności:

$$2+2 = 2\cdot 2 = 2^2,$$

$$2^{(2^2)} = (2^2)^2,$$

$$2! = 2.$$

Dalej: jedynie w ciele o charakterystyce dwa każda liczba jest przeciwna do samej siebie.
A najmniejsza liczba pierwsza? Dwa!
Człowiek, na szczęście dla siebie, wykrył i wykorzystał własności liczby dwa. Ot, choćby maszyny cyfrowe. Wykorzystują one dwójkowy system przedstawiania liczb. Maszyna odróżnia dwa stany: jest lub nie ma przepływu prądu. Jest to najprostszy, najtańszy i najpewniejszy sposób wykorzystania impulsów elektrycznych do kodowania informacji.

Wobec potęgi przytoczonych i nie przytoczonych tu argumentów ustąpi każdy niedowiarek. A jeśli ktoś będzie trwał w antydwójkowym uporze, niech uświadomi sobie tylko, że: istnieją dwa bieguny elektryczne, dwa bieguny magnetyczne, dwie półkule, dwie Ameryki. I niech pomyśli, jak wyglądałby świat, gdyby zniknęły z niego dwuznaczniki, dwukropki, dwururki, dwusieczne, silniki dwusuwowe, gdyby skacząc na jednej nodze na próżno szukał pary butów. Nasi sportowcy nie zdobywaliby medali w dwuboju zimowym, a nowe banknoty z dwoma naszymi władcami nie miałyby żadnej wartości.
A tym najzatwardzialszym, wciąż wątpiącym, mówiącym, że na dwoje babka wróżyła, powiemy tylko: pamiętajcie, że każdy kij ma dwa końce!

3

Nie przypadkiem liczbę trzy spotykamy w naszej kulturze na każdym kroku. Trzy gracje (coś dla kolegów estetów), Trzej Królowie (6 stycznia, dla wielbicieli złota, mirry i kadzidła), Trylogia, trójmian kwadratowy i Trzy po trzy (to tyle wstępu). My zajmiemy się — zgodnie z zainteresowaniami — teorią grafów i... przestrzenią trójwymiarową. A więc najpierw o czym będzie mowa: oczywiście o grafach (nieskierowanych głównie, ale dla koneserów skłonni jesteśmy dodać krawędziom kierunek). A co to jest graf? jest to coś, co ma wierzchołki i krawędzie. Krawędzie biegną od wierzchołka do wierzchołka i spotykają się tylko w wierzchołkach. Otóż graf nazywamy płaskim, jeśli można go narysować na płaszczyźnie.
A teraz coś ze starych zadań. Panowie Ketling, Wołodyjowski i Zagłoba (Rycerzy Trzech) mieszkają w swych domkach i każdy z nich uczęszcza do trzech piwiarni: Pod Złotym Antałkiem, Pod Ponurą Beczką i Jantar (*Mariańska* 2, 00-123 *Warszawa*). Skrzyżowanie dróg ww. Panów grozi (oczywiście poza lokalem, gdzie kłócić się nie można, bo Pani Basieńka nie utoczy) natychmiastową kolizją, sięgnięciem do szabel, pięści i buzdyganów. Tak więc drogi ich nie powinny się przecinać. Jak to zrobić? Próbujemy rysować, a tu... Nic z tego. Nie da się. (Spróbujcie to wykazać).
Innym grafem o tej własności jest graf o pięciu wierzchołkach, którego wszystkie pary wierzchołków są połączone. Też się nie da. I nie przypadkiem. Zachodzi bowiem bardzo nieoczywiste:
Twierdzenie Kuratowskiego o konfiguracjach zakazanych: Na to, by graf można było umieścić na płaszczyźnie (tj. by jego wierzchołki reprezentować jako punkty na płaszczyźnie a krawędzie jako nie przecinające się łuki) potrzeba i wystarcza, by
1° Dla żadnej piątki jego wierzchołków nie była ona połączona w grafie wszystkimi możliwymi krawędziami.
2° Dla żadnej szóstki jego wierzchołków w_1, w_2, w_3 i w_4, w_5, w_6 nie było naraz połączeń
(w_1w_4) (w_1w_5) (w_1w_6) (w_2w_4) (w_2w_5) (w_2w_6) (w_3w_4) (w_3w_5) (w_3w_6)
(a więc sytuacji Rycerzy Trzech).
Zadanie banalne: Umieść na płaszczyźnie graf o czterech wierzchołkach połączonych każdy z każdym.
No a co z przestrzenią trójwymiarową? Czy też jest tak źle? Nie (Trzy Litery). Zachodzi mianowicie
Twierdzenie: *Każdy graf jest reprezentowalny w przestrzeni trójwymiarowej.*
Tu dowód jest łatwy, więc go podamy. Postępujemy tak. Niech graf nasz ma k wierzchołków i l krawędzi. Wybieramy sobie k punktów na prostej P, a w pęku płaszczyzn przechodzących przez tę prostą dokładnie l płaszczyzn. No a teraz już łatwo: jeśli wierzchołki x_i i x_j są w naszym grafie połączone, to bierzemy pierwszą wolną płaszczyznę z pęku i w niej prowadzimy łuk pomiędzy x_i i x_j, omijając przezornie prostą P póki się da. Ponieważ płaszczyzn w pęku jest dosyć, więc konstrukcja nasza jest wykonalna. To kończy dowód.
A co z naszymi Trzema Rycerzami? Uczymy ich latać wytyczamy korytarze powietrzne i: Hej, szable w dłoń...

4

Powiedzmy sobie w cztery oczy, że nie ma to, jak liczba cztery. Są cztery strony świata, są cztery pory roku. Wie o tym nie tylko cwaniak kuty na cztery nogi, ale i fajtłapa, ostatnie cztery litery. Wobec tego, drogi Czytelniku, przepędź na cztery wiatry swoje troski, zamknij się na cztery spusty w swoich czterech ścianach i poświęć ze cztery minuty na lekturę.
Wyjątkową rolę liczby cztery widać wszędzie, również i w teorii grup. Zajmijmy się przykładami takich grup przekształceń płaszczyzny, które mają po cztery elementy.
Przykład 1. Ustalmy na płaszczyźnie punkt O i rozważmy obroty O_1, O_2, O_3 dokoła punktu O o kąty 90°, 180°, 270° odpowiednio. Niech I będzie przekształceniem tożsamościowym płaszczyzny. Wówczas zbiór $G_1 = \{I, O_1, O_2, O_3\}$ jest grupą przekształceń, to znaczy **a)** złożenie

dowolnych dwóch przekształceń należących do G_1 jest przekształceniem należącym do G_1 oraz b) przekształcenie odwrotne do dowolnego elementu G_1 jest też przekształceniem należącym do G_1. Aby się o tym przekonać, zapiszmy w tabelce wynik złożenia każdych dwóch elementów zbioru G_1:

	I	O_1	O_2	O_3
I	I	O_1	O_2	O_3
O_1	O_1	O_2	O_3	I
O_2	O_2	O_3	I	O_1
O_3	O_3	I	O_1	O_2

Dla zbudowania tej tabelki wystarczy zauważyć, że na przykład złożenie obrotu o 90° z obrotem o 180° jest obrotem o 270°, złożenie zaś obrotu o 90° z obrotem o 270° jest obrotem o 360°, a więc przekształceniem tożsamościowym.

Z tabelki możemy odczytać, że przekształceniem odwrotnym do O_1 jest O_3, odwrotnym do O_2 jest O_2. Zauważmy ponadto, że $O_1^2 = O_2$, $O_1^3 = O_3$, $O_1^4 = I$, tak więc każdy element naszej grupy jest potęgą elementu O_1.

Przykład 2. Rozważmy na płaszczyźnie dwie proste prostopadłe k i l przecinające się w punkcie O. Symetrie osiowe S_k, S_l o osiach k, l odpowiednio, symetria środkowa S_O o środku O oraz przekształcenie tożsamościowe płaszczyzny I stanowią grupę przekształceń $G_2 = \{I, S_k, S_l, S_O\}$. Tabelka działania w tej grupie jest następująca:

	I	S_k	S_l	S_O
I	I	S_k	S_l	S_O
S_k	S_k	I	S_O	S_l
S_l	S_l	S_O	I	S_k
S_O	S_O	S_l	S_k	I

Z tabelki tej wynika, że każdy element jest równy swojej odwrotności oraz złożenie każdych dwóch różnych symetrii jest równe trzeciej symetrii. W grupie G_2 nie ma takiego elementu, którego kolejne potęgi wyczerpywałyby wszystkie elementy grupy.

To ostatnie stwierdzenie upewnia nas, że własności działań w dwóch opisanych tu grupach są istotnie różne. Dla dokładniejszego sprecyzowania tego faktu zauważmy, że dla każdej funkcji $f: G_1 \to G_2$ spełniającej warunek $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$ musi być $f(O_2) = f(O_1^2) = (f(O_1))^2 = I$, gdyż w G_2 kwadrat każdego elementu jest równy I. Ponadto z równości $I \cdot I = I$ wynika, że funkcja taka spełniać musi również warunek $f(I) = I$.

Izomorfizmem grup H_1 i H_2 nazywamy takie przekształcenie różnowartościowe f odwzorowujące H_1 na H_2, które dla dowolnych a, $b \in H_1$ spełnia $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$. Grupy, dla których istnieje izomorfizm, nazywamy izomorficznymi.

Wykazaliśmy wyżej, że grupy G_1 i G_2 opisane w przykładach nie są izomorficzne. Okazuje się, że z dokładnością do izomorfizmu są to jedyne grupy o czterech elementach, to znaczy każda grupa o czterech elementach jest izomorficzna bądź z G_1, bądź z G_2.

Z punktu widzenia izomorfizmu wszystkie grupy o dwóch elementach są takie same: grupa taka zawiera element jednostkowy e, tj. element, który mnożony przez dowolny x daje x, oraz element $a \neq e$. Element a^2 musi być jednym z elementów e lub a, gdyby jednak $a^2 = a$, to otrzymalibyśmy $a = e$, wbrew założeniu. Zatem $a^2 = e$. Ta informacja jednoznacznie wyznacza już tabelkę działania w grupie dwuelementowej.

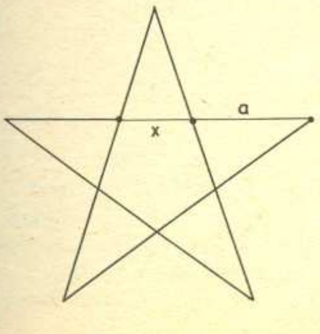
Podobne rozważania pozwalają stwierdzić, że z punktu widzenia izomorfizmu wszystkie grupy o trzech elementach są takie same: składają się z elementów e, a, b, gdzie e jest elementem jednostkowym, $a^2 = b$, $a^3 = e$.

Tymczasem dla liczby cztery jest inaczej; pokazaliśmy dwie nieizomorficzne grupy o czterech elementach.

Ta liczba cztery jest nadzwyczajna, to pewne, jak dwa a dwa cztery.

5

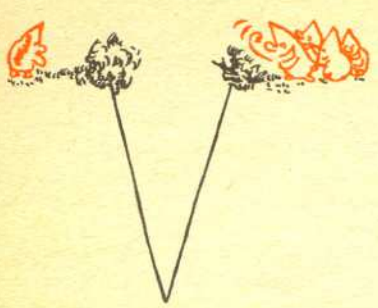
Już dwa i pół tysiąca lat temu pitagorejczycy wiedzieli, że w liczbie 5 zaklęta jest regularność otaczającego nas świata. Wiedzieli bowiem, że wewnętrzne części boków pentagramu są złotymi częściami zewnętrznych części, oraz że istnieje pięć ciał kosmicznych.



Złota część x odcinka a, to część spełniająca warunek

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x},$$

zaś pentagram to foremny pięciokąt niewypukły. Pozostawiamy Czytelnikowi przyjemność sprawdzenia, że w istocie pentagram ma wyżej podaną własność. A że to coś nadzwyczajnego, można się przekonać oglądając rzeźby helleńskie. (np. Fidiasza, Praksytelesa), gdzie poszczególne członki ciała tak u kobiet, jak i mężczyzn mają się do siebie właśnie w złotym stosunku.



Pitagorejskie ciała kosmiczne to w dzisiejszym języku wielościany foremne, a więc mające ściany będące wielokątami foremnymi i to zbiegającymi się w tej samej ilości w każdym wierzchołku. Jeśli wielościan taki ma w wierzchołków, k krawędzi, s ścian, ściany jego są n-kątami i zbiegają się w wierzchołkach po l, to liczby w, k, s, n, l są związane szeregiem zależności. Np.

$$l \cdot w = 2 \cdot k,$$

$$n \cdot s = 2 \cdot k$$

(czemu?).

Ponieważ dla wszystkich wielościanów wypukłych zachodzi

$$w - k + s = 2,$$

więc łącznie otrzymujemy (proszę sprawdzić)

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{k}.$$

Rozwiązując to równanie w liczbach naturalnych i pamiętając, że $l \geqslant 3$, $n \geqslant 3$, $k \geqslant 6$ otrzymujemy 5 możliwości: czworościan, sześcian, ośmiościan, dwunastościan i dwudziestościan. A kosmiczność? Platon twierdził, że każdy spostrzeże, iż reprezentują one idee ognia, ziemi, powietrza, wody i wszechświata. Zachęcamy Czytelnika do rozwiązania podanego wyżej równania, jak też do spostrzeżenia, że reprezentują.

Wielomiany zaś, w odróżnieniu od wielościanów, mają liczbę 5 za początek, nie ładu, a raczej chaosu. Otóż nie istnieją algorytmy rozwiązujące równania algebraiczne stopnia 5 lub wyższego zawierające jedynie działania arytmetyczne i wyciąganie pierwiastków dowolnego stopnia. Tak to liczba 5 ujawniła nam sprzeczne natury wielomianów i wielościanów.

6

„To ze względu na doskonałość liczby ≫sześć≪ całość stworzenia dokonana została, jak opowiada Pismo Święte, przez sześciokrotne powtórzenie tego samego dnia, czyli w przeciągu sześciu dni. Stało się tak nie dlatego, że Bogu był potrzebny pewien przeciąg czasu, jakby nie mógł na raz stworzyć wszystkiego, co następnie przez właściwe sobie ruchy wytworzyło pojęcie przemijania czasu, lecz dlatego, że liczba ≫sześć≪ oznacza doskonałość dzieł Bożych... Wszak liczba ta jest pierwszą liczbą, która stanowi sumę swoich części, to jest sumę szóstej części, trzeciej części i połowy, czyli sumę jedynki, dwójki i trójki, które po dodaniu tworzą właśnie sześć". (*św. Augustyn, O państwie Bożym przeciw poganom ksiąg XXII, księga XI, rozdział XXX*).

Wspomniana wyżej własność liczby 6 była znana wcześniej. Euklides podał w IX księdze Elementów warunkową metodę otrzymywania liczb doskonałych (tj. liczb równych sumie swoich dzielników właściwych czyli różnych od samej liczby). Wynik Euklidesa można sformułować w sposób następujący:

jeżeli liczba $2^p - 1$ jest liczbą pierwszą, to liczba $2^{p-1}(2^p - 1)$ jest liczbą doskonałą.

L. Euler udowodnił, że każdą liczbę doskonałą parzystą można otrzymać w ten sposób. Liczb takich znamy obecnie 24: oprócz wspomnianej liczby $6 = 2^{2-1}(2^2 - 1)$ są to m.in. liczby $28 = 2^{3-1}(2^3 - 1)$, $496 = 2^{5-1}(2^5 - 1)$ oraz największa znana liczba doskonała

$$2^{19936}(2^{19937} - 1).$$

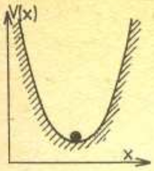
Nie znamy żadnej liczby doskonałej nieparzystej. Poszukiwanie liczb doskonałych pasjonowało ludzi przez stulecia, lecz dla rozwoju matematyki wydaje się mieć znikome znaczenie. Ale czy naprawdę liczba 6 ma w sobie coś, co świadczyłoby o jej doskonałości? Jest ona wprawdzie równa nie tylko sumie, ale i iloczynowi swoich dzielników właściwych:

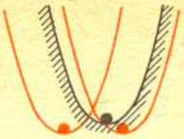
$$6 = 1 \cdot 2 \cdot 3,$$

dziś jednak doskonalsze wydają się nam raczej liczby „okrągłe", a niektórym wylosowane w toto-lotku.

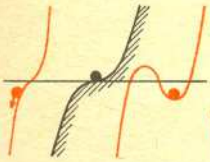
7

Słowo „stabilność" bywa niekiedy nadużywane (podobnie, jak od niedawna w wielu pseudonaukowych referatach słowo izomorfizm). A więc „coś jest stabilne". Co to znaczy? Nie będziemy tu wchodzić w ogólne rozważania semantyczne, powiemy tylko, że dla naszych celów zdanie *obiekt X jest stabilny ze względu na zaburzenie z klasy K* znaczy tyle, że zaburzenie z tej klasy zmieni obiekt X w taki, który nadal będzie (w odpowiednio ustalonym sensie) podobny do obiektu wyjściowego.





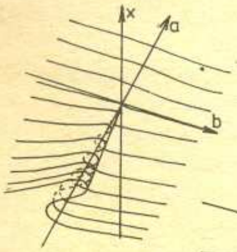
Wiadomo mniej więcej, co znaczy potencjał. Nie znającym tego słowa proponujemy wyobrazić sobie, że jest to dołek, w którym spoczywa kulka. Na obrazku obok dołek ma przekrój paraboli. Jeżeli teraz spróbujemy zmieniać jego kształt dodając do $V(x) = x^2$ funkcję liniową (ogólniej — funkcję o małej drugiej pochodnej), to kształt dołka nie zmieni się jakościowo (rysunek obok). Mówimy, że potencjał ten jest (lokalnie) stabilny ze względu na zaburzenia funkcjami o małej drugiej pochodnej.



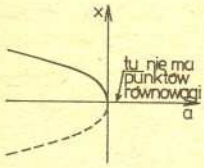
Sytuacja zmieni się radykalnie, gdy rozpatrzymy „zbocze" $V(x) = x^3$. Istnieje tam punkt równowagi chwiejnej, który jednak przy zaburzeniach funkcją liniową (lub kwadratową) zniknie lub zmieni się w punkt równowagi trwałej. Czyli sytuacja jest niestabilna.

I trzeci przykład, już mniej banalny. Niech potencjałem będzie $V(x) = x^4$. Dodawanie funkcji liniowych będzie przemieszczać punkt równowagi, natomiast dodawanie funkcji $-ax^2$ będzie nasz punkt rozszczepiać (gdy a jest dowolnie małą liczbą dodatnią).

A gdy będziemy zaburzać nasz potencjał funkcjami ax^2+bx?



Sytuacja komplikuje się wtedy tak, że trzeba już ograniczyć się do przedstawienia samych stanów równowagi w zależności od parametrów a i b. Wykres pokazuje na osi x położenie punktów równowagi dla potencjału $V(x) = x^4+ax^2+bx$. Uwaga — to nie jest wykres żadnej funkcji parametrów a, b; zauważmy np., że gdy $a < 0$, to dla $b = 0$ mamy 3 położenia równowagi 2 — stałej, 1 — chwiejnej). Powierzchnia, którą przedstawia rysunek, wygląda jak początek zmarszczki w tkaninie. I tak też się nazywa — zmarszczka. Taki sam rysunek dla drugiego przykładu i zaburzeń $V(x) = x^3+ax$ wyglądałby po prostu tak jak obok.



Pytania pod adresem autora:

Pytanie 1. No i co z tego?

Odpowiedź: Opisane tu przypadki są typowe. Typowe w tym sensie, że lokalna niestabilność potencjału „kontrolowana" jednym czy dwoma parametrami musi wyglądać tak, jak to sobie wyżej narysowaliśmy. Dlatego też możemy je „obejrzeć w przyrodzie". Proponujemy małe doświadczenie: pasek kartonu obciążamy spinaczem (lub przyklejoną plastrem monetą) i trzymamy go pionowo: jeżeli miejsce, w którym go trzymamy, będzie blisko monety, kartonik będzie stał, a przy małych pochyleniach na boki zachowa równowagę, lekko się wyginając. Oddalając jednak uchwyt od monety zauważymy w pewnym momencie zmiany „jakościowe". Czytelnikom pozostawimy zinterpretowanie tych zmian w modelu z trzeciego przykładu (patrz rysunek).

Pytanie 2: Co dalej?

Ano, można próbować klasyfikować w ten sposób dalsze niestabilności, otrzymując oprócz „zbocza" i „zmarszczki" „jaskółczy ogon", „motylka", „umbilikę paraboliczną", „hiperboliczną" i „eliptyczną". Razem 7 przykładów. W każdym z nich zaburzenie jest „kontrolowane" przez 3 bądź 4 parametry.

Pytanie 2a: A co dalej?

Nieskończoność. Klasyfikacja niestabilności kontrolowanych przez 5 parametrów daje już nieskończoną rodzinę różnych przypadków typowych.

A więc przy okazji jeszcze jeden dowód magiczności piątki — Red.

Badanie takich niestabilności nosi nazwę teorii katastrof, a opisane powyżej sytuacje nazywają się katastrofami elementarnymi. Zainicjowana przez René Thoma w latach sześćdziesiątych teoria ta jest próbą wprowadzenia „jakościowych" metod topologii różniczkowej do badania i wyjaśniania świata. Oczywiście przedstawione tu obrazki i jeden przykład mechaniczny są niepoważnym prymitywizowaniem — ale... w końcu jest to mało poważny numer średnio poważnego czasopisma.

Dlatego też prosimy PT Czytelników, aby wszelkie dywagacje na temat ewentualnej zbieżności 7 katastrof elementarnych z innymi magicznymi siódemkami (7 grzechów głównych itp.) prowadzili już na własną odpowiedzialność.

276573421235987654321233445786547

Aby wykazać, że liczba ta jest niezwykła i wyróżniona przez matematykę oraz ma własności magiczne, posłużymy się udowodnionym zaledwie kilka lat temu twierdzeniem:

Każda liczba naturalna jest

1° *niezwykła,*

2° *wyróżniona przez matematykę,*

3° *posiada magiczne własności.*

Dowód: Oznaczmy przez Z zbiór liczb naturalnych nie mających choćby jednej z własności 1°—3°. Ponieważ zbiór Z jest podzbiorem zbioru liczb naturalnych, więc albo jest pusty, albo też istnieje w nim liczba najmniejsza n_0. Liczba ta jest wyróżniona przez powyższy warunek, ma tę własność magiczną, że każda od niej mniejsza wywiera na nasze życie wpływ nadprzyrodzony, a więc jest niezwykła. Nie należy zatem do Z wbrew założeniu. Zbiór Z musi więc być pusty, co dowodzi naszej tezy.

Dr Wojciech GUZICKI
Dr Marek KORDOS
Mgr Jerzy BEDNARCZUK
Mgr Andrzej MĄKOWSKI
Doc. dr Wiktor MAREK
Dr Maciej BRYŃSKI
Mgr Krzysztof NOWIŃSKI

Pisanie o liczbach magicznych jest czynnością niewdzięczną z kilku przyczyn. Po pierwsze dlatego, że nie ma chyba liczby, do której ktoś kiedyś nie przywiązywałby jakiejś mistycznej właściwości (a jeśli nie do niej samej, to do jakiegoś jej dzielnika czy wielokrotności). Po drugie dlatego, że wszelka znajomość mitologii zależy raczej od zainteresowań badacza niż od popularności i zasięgu mitu. I tak wielu jest obecnie znawców dyskutujących z zapałem poszczególne składniki mitologii tak starych lub tak odległych, że nic o nich z pewnością powiedzieć nie można, a którzy przy okazji odniosą się z wyrozumiałym pobłażaniem do mitów bliskich, do dziś istniejących i żywych. Łatwiej jest zmyślić obyczaje szczepu Pamdoktu (i sam szczep Pamdoktu zresztą), niż prześledzić wnikliwie historię zmian, jakie w bajce o Czerwonym Kapturku zaszły od pierwotnej jej wersji spisanej przez braci Grimm, do najnowszych wydań książkowych, płytowych i telewizyjnych.
Przy czym zmyślenie, o którym mowa, odbywa się, rzecz jasna, w najlepszej wierze i autor byłby gotów przysiąc, że jego interpretacja jest jedynie słuszna i możliwa. Stoją za nią zresztą argumenty tak pewne, jak to tylko jest możliwe w tej sytuacji, kiedy wątłe fakty przedhistoryczne i nieidentyfikowalne a nieliczne znaleziska stanowią wszystko, czym dysponujemy.

Jedyną gwarancję tych doświadczeń stanowi fakt, że dziś, podobnie jak zapewne na przestrzeni całej naszej historii, poszczególne osobniki ludzkie reprezentowały najprzeróżniejsze pasje i zainteresowania i że proporcje tych pasji i zainteresowań wśród interpretatorów kultur są te same co u przeciętnych przedstawicieli gatunku. Gdyby bowiem np. kwestia kultów fallicznych interesowała współczesnych historyków sztuki bardziej niż normalnych ludzi, mogłoby dojść do fatalnych w skutkach przekłamań na tym tle.

Ciekawą rzeczą jest pojawianie się nowatorskich interpretacji tego tematu, przy czym palmę pierwszeństwa należy tu przyznać zwolennikom teorii, jakoby plemię ludzkie zostało ongiś nawiedzone przez gości z kosmosu, którzy uszlachetnili nas i uczłowieczyli biologicznie, wykazując zdumiewające zaiste połączenie wysokiej cywilizacji z zadziwiającą witalnością i brakiem uprzedzeń etycznych, estetycznych i moralnych. Nic nowego pod słońcem. Pomysł znalezienia generalnej i wstrząsającej praprzyczyny wszelkich mitów nie jest tak rewelacyjny, jak by się zdawało, gdyż wcześniej obywano się bez kosmonautów, upatrując impulsu całego zamieszania w Atlantydzie lub w potopie i też było dobrze. Nie ma żadnej przyczyny, aby nie istniały tu ,,namacalne" dowody, skoro jako bezcenne znaleziska interpretowane bywają dość często rysunki skalne, które najwyraźniej powstawały zupełnie przypadkowo (np. przez uderzenie płonącą głownią o ścianę skalną) i które najzupełniej rysunkami nie są. Popularnym chwytem stosowanym przy fabrykacji dowodów jest też zmiana położenia rysunku, przedstawienie detali jako całości, dopatrywanie się konkretnych kształtów w ornamentach itd., choć mit o ukrzyżowaniu świętego Piotra poucza nas, że kierunek nie jest bynajmniej sprawą obojętną, a tajemnicze obrazy, które rysują się na upstrzonych zaciekami ścianach dawno nie odnawianego pokoju, przenoszą nas w świat najstraszliwszych monstrów i upiorów, mimo że nikt nigdy wizji tych nie pragnął nam przekazać.

Nie możemy jednak nie badać historii, nie możemy nie interesować się mitologią i obyczajami prymitywnych i odległych nam kulturowo szczepów i narodów, nie możemy nie kontrolować tego, w co sami wierzymy i nie dochodzić przyczyny naszych własnych myśli i przekonań.

Musimy to czynić dlatego, że pytanie pozostawione w naszym umyśle bez odpowiedzi odbieramy sami jako zło i jako ograniczenie. W rzeczywistości odmowa taka (choćby udzielona sobie samemu) jest ograniczeniem i to w najbardziej praktycznym sensie tego słowa. Avicenna nie wierzył w smoki i jego niewiara doprowadziła go do negacji znalezisk paleontologicznych — stracona bezpowrotnie szansa badawcza. W lecie ubiegłego roku japońscy rybacy wyrzucili do morza zwłoki plezjozaura, znalezione przypadkiem w sieci. Poskromili swoją ciekawość, a kierujące nimi względy praktyczne (cena ryb) uniemożliwią być może na zawsze rozstrzygnięcie problemu, czy plezjozaury żyły na Ziemi w Roku Pańskim 1977. Choć być może ostatni przykład jest wyrazem małej odporności autora niniejszego na dziewiętnastowieczny mit o informacyjnej roli prasy.

Nie rozumiemy, o czym miałaby świadczyć tajemna wymowa liczb. Wiemy, że współczesny człowiek niechętnie zajmuje 13-te miejsce na liście, że ślubu 13-go prawdopodobnie nie będzie chciał zawrzeć. Wiemy, że Apollo 13 uległ wypadkowi. Wiemy, że poszczególne osoby darzą sympatią lub antypatią określone liczby. Wiemy, a może nie wiemy, że ponieważ w pewnym mieście w trakcie budowy 9-ta podpora uległa uszkodzeniu, w projekcie następnego mostu nie figuruje 9-ty numer podpory, choć z pewnością projektanci tegoż nie są guślarzami. Tam, gdzie straty mogą być nie do nadrobienia, gdzie nie mamy dość szerokiego marginesu bezpieczeństwa, eliminujemy z naszej pracy rzeczywiste i nierzeczywiste, zrozumiałe i niezrozumiałe przeszkody.