




Przypuśćmy, że pierwszy z wpisanych w okrąg wielokątów jest sześciokątem foremnym; mamy wówczas:

$a_6 = 1$, $p_6 = 6 = 3 \cdot 2$, p_n — obwód n-kąta.

Korzystając z równości (1) obliczamy $p_{12} = 12 \cdot a_{12} = 12 \cdot \sqrt{2-\sqrt{4-1}} = 2 \cdot 3{,}10563\ldots$

Podobnie obliczamy $p_{24} = 24 \cdot a_{24} = 24 \cdot \sqrt{2-\sqrt{4-a_{12}^2}} = 2 \cdot 3{,}13263\ldots$

Postępując w podobny sposób dalej, mamy kolejno:

$p_{48} = 48 \cdot a_{48} = 48\sqrt{2-\sqrt{4-a_{24}^2}} = 2 \cdot 3{,}13935\ldots$

$p_{96} = 2 \cdot 3{,}14103\ldots$

$p_{192} = 2 \cdot 3{,}14145\ldots$

$p_{384} = 2 \cdot 3{,}14156\ldots$

$p_{768} = 2 \cdot 3{,}14158\ldots$

$p_{1536} = 2 \cdot 3{,}14159\ldots$

itd.

Ponieważ p_{2n} dąży przy $n \to \infty$ do długości okręgu, a na wstępie zaznaczyliśmy, że $C = h \cdot 2r$ (gdzie r u nas jest równe 1), więc na przykładzie naszych obliczeń możemy stwierdzić, że $h \approx 3{,}1416$. Widzimy więc, że możemy wyznaczyć π z dowolną dokładnością, wykonując tylko odpowiednio dużo „kroków" przy wyliczaniu p_{2n}. Metoda ta ma jednak tę wadę, że musimy kolejno obliczać p_6, p_{12}, p_{24} itd., aby obliczyć np. p_{1536}.

Sposób II.

Wpiszmy w okrąg o promieniu 1 n-kąt foremny. Dzielimy go na n trójkątów równoramiennych, a więc jego pole jest równe:

$$\frac{nr^2 \sin \frac{360°}{n}}{2} = \frac{n}{2} \sin \frac{360°}{n}. \text{ Stąd } \frac{n}{2} \sin \frac{360°}{n} \approx \pi.$$

Dobierając odpowiednio wielką wartość n, możemy znaleźć wartość π z dowolną dokładnością.

Np. dla $n = 2160$ mamy $\frac{2160}{2} \sin 10' = \pi \Leftrightarrow 1080 \cdot 0{,}0029 \approx \pi \Leftrightarrow \pi \approx 3{,}132$.

Widzimy więc, że metoda ta jest znacznie krótsza i wymaga mniej rachunków, lecz jest mniej dokładna w porównaniu z poprzednią.



Zadania

Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI

M 145. W wycinek koła o promieniu długości R wpisano okrąg o promieniu długości r. Cięciwa łącząca końce promieni ograniczających wycinek ma długość $2a$. Udowodnić, że $\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{1}{a}$.

Rozwiązanie na str. 5

M 146. Krawędzie czworościanu wychodzące z jednego wierzchołka mają długości a, b, c i są parami prostopadłe. Wyznaczyć długość wysokości czworościanu opuszczonej z tego wierzchołka.

Rozwiązanie na str. 10

M 147. Udowodnić, że jeżeli a, b, c są liczbami dodatnimi, to $8(a^3+b^3+c^3) \geqslant 3(a+b)(b+c)(c+a$

Rozwiązanie na str. 10

Redaguje dr Waldemar GORZKOWSKI

F 49. Wyznacz długość najkrótszego dnia w roku w miejscowości, w której mieszkasz. Nachylenie płaszczyzny równika względem płaszczyzny, w której leży orbita Ziemi, wynosi $\varepsilon = 23{,}5°$. Szerokość geograficzną φ miejsca zamieszkania należy odczytać z atlasu.

Uwaga: Zadanie należy rozwiązać zaniedbując ugięcie i rozpraszanie promieni w atmosferze ziemskiej oraz przyjmując, że ruch Ziemi wokół własnej osi odbywa się ze znacznie większą prędkością kątową niż ruch wokół Słońca.

Rozwiązanie na str. 11