



Rozwiązanie zadania M 146. Niech V będzie objętością danego czworoscianu, h — szukaną długością, S — polem podstawy czworoscianu, nie zawierającej wspólnego końca wspomnianych krawędzi. Zachodzą oczywiście równości

$$\frac{1}{3} Sh = V = \frac{1}{6} abc,$$

a więc $h = \frac{abc}{2S}$. Zadanie sprowadza się

zatem do obliczenia S , a więc do obliczenia pola trójkąta o bokach $x = \sqrt{a^2 + b^2}$, $y = \sqrt{b^2 + c^2}$, $z = \sqrt{c^2 + a^2}$. Z wzoru Herona mamy $4S = \sqrt{(x+y+z)(-x+y+z)(-y+z)(x+y-z)}$, skąd po przekształceniu otrzymujemy $16 S^2 = 2x^2y^2 + 2y^2z^2 + 2z^2x^2 - x^4 - y^4 - z^4$.

Podstawiając podane wartości x , y , z stwierdzamy, że

$$16 S^2 = 2(a^2 + b^2)(b^2 + c^2) + 2(b^2 + c^2)(c^2 + a^2) + 2(c^2 + a^2)(a^2 + b^2) - (a^2 + b^2)^2 - (b^2 + c^2)^2 - (c^2 + a^2)^2 = 4(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2), \quad 4S^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2,$$

$$2S = \sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}, \text{ a więc}$$

$$h = \frac{abc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}.$$



Rozwiązanie zadania M 147. Znana jest nierówność dla średniej arytmetycznej i geometrycznej trzech liczb dodatnich x^3, y^3, z^3 :

$$(*) \quad \frac{x^3 + y^3 + z^3}{3} \geq \sqrt[3]{x^3y^3z^3} = xyz$$

(wynika ona natychmiast z tożsamości $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz =$

$$= \frac{1}{2} (x+y+z)[(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2].$$

Podstawiając do tej nierówności

$$x = \sqrt{\frac{a+b}{2}}, \text{ tj. } x^3 = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{i podobnie } y^3 = \frac{b+c}{2}, z^3 = \frac{c+a}{2}$$

otrzymujemy nierówność

$$\frac{1}{3} \left(\frac{a+b}{2} + \frac{b+c}{2} + \frac{c+a}{2} \right) \geq \left(\frac{a+b}{2} \cdot \frac{b+c}{2} \cdot \frac{c+a}{2} \right)^{1/3},$$

$$\text{tj. } \left[\frac{1}{3} (a+b+c) \right]^3 \geq \frac{1}{8} (a+b)(b+c)(c+a),$$

$$8(a+b+c)^3 \geq 27(a+b)(b+c)(c+a), \\ 8(a^3 + b^3 + c^3) + 24(a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b) + 48abc \geq 27(a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b) + 54abc, \\ 8(a^3 + b^3 + c^3) \geq 3(a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b) + 27abc = \\ = 3(a+b)(b+c)(c+a), \text{ c.n.d.}$$

Można też postępować inaczej: z nierówności

(*) wynikają nierówności

$$a^3 + a^3 + b^3 \geq 3a^2b$$

$$a^3 + a^3 + c^3 \geq 3a^2c$$

$$b^3 + b^3 + c^3 \geq 3b^2c$$

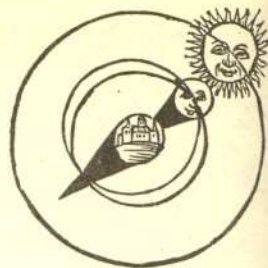
$$a^3 + c^3 + c^3 \geq 3ac^2$$

$$a^3 + b^3 + b^3 \geq 3ab^2$$

$$b^3 + c^3 + c^3 \geq 3bc^2$$

$$2(a^3 + b^3 + c^3) \geq 6abc.$$

Dodając stronami te nierówności otrzymujemy żądaną nierówność.



Tajemnica neutronów słonecznych

Prof. dr Arnold W. WOLFENDALE (Durham, Wielka Brytania)

Artykuł napisany specjalnie dla Delty

W jednej z głębokich kopalń w Stanach Zjednoczonych jest prowadzony niezwykle trudny eksperyment. Celem tego eksperymentu jest uzyskanie informacji, które pozwolą zrozumieć zjawiska zachodzące w samym środku Słońca. Zadaniem niniejszego artykułu jest wyjaśnienie, dlaczego badania własności Słońca muszą być prowadzone głęboko pod ziemią, oraz omówienie najnowszych rezultatów tego eksperymentu, które okazują się bardzo zaskakujące.

Ziemia oraz całe istniejące na niej życie (w tym ludzkość) zawdzięcza prawie wszystko ciału niebieskiemu, które dostarcza jej energii, to znaczy Słońcu. Od chwili, kiedy inteligencja ludzka rozwinęła się na tyle, aby stawiać pytanie o sprawy dotyczące problemu życia, Słońce w sposób oczywisty stało się centralnym obiektem zainteresowania. Wiele pierwotnych religii uważało Słońce za Boga, czczono je i jednocześnie się go obawiano. W naszych czasach naukowcy doceniają ogromną rolę Słońca i czynią wiele wysiłków, aby zrozumieć jego własności, a w szczególności odpowiedzieć na pytanie: jak to się dzieje, iż temperatura jego powierzchni utrzymuje się w sposób trwały na poziomie około 6000 K.

Od kilkudziesięciu lat powszechnie przyjmuje się, iż w centrum Słońca istnieje źródło wydzielające w sposób ciągły energię, oraz że energia ta stopniowo dociera do powierzchni, skąd jest wysyłana w formie promieniowania.

Jedynym znanym, wystarczająco wydajnym mechanizmem mogącym być źródłem tej energii jest synteza jądrowa. Proces ten może zachodzić jedynie w gigantycznie wysokich temperaturach. Wymagana jest temperatura przekraczająca 13 milionów stopni. Wykonano wiele obliczeń dotyczących procesów jądrowych zachodzących we wnętrzu Słońca i gwiazd. Okazało się, iż mechanizm ten pozwala wyjaśnić bardzo wiele zjawisk zachodzących w gwiazdach. Teoria uzyskała więc dobre uzasadnienie. Każda jednak teoria musi być wszechstronnie sprawdzona. Najlepszą drogą sprawdzenia idei, iż synteza jądrowa jest źródłem energii w Słońcu, byłoby przeprowadzenie pomiaru temperatury jego centralnej części.

Niestety, pomiaru takiego nie można wykonać w sposób bezpośredni, konieczne jest więc prowadzenie badań pośrednich. Powiedzieliśmy, iż proces przekazywania energii z centralnej części do powierzchni Słońca odbywa się stosunkowo wolno (w rzeczywistości trwa on około 10 milionów lat). Stwierdzenie to, ściśle rzecz biorąc, nie jest absolutnie dokładne — niewielka bowiem część wyzwalanej energii dociera do powierzchni z prędkością światła i w rezultacie jest wydzielana bardzo szybko. Ta niewielka część energii jest unoszona przez neutrina — cząstki elementarne o dość niezwykłych własnościach, mające wielką zdolność penetracji bardzo grubych warstw materii. Istnienie neutrina zostało zapostulowane przez Pauliego na początku lat trzydziestych. Jest to cząstka, która ma największą zdolność przenikania ze wszystkich cząstek dotychczas poznanych. W centralnej części gwiazdy w trakcie procesu łączenia się jąder atomowych powstaje duża liczba neutrin. Ilość wyemitowanych neutrin rośnie niezwykle szybko ze wzrostem temperatury w tym obszarze. Dzięki temu, rejestrując neutrina na Ziemi można byłoby określić liczbę neutrin produkowanych w centralnej części Słońca, a tym samym wyznaczyć temperaturę tam panującą.



Gdyby ta temperatura okazała się zgodna z przewidywaną, hipoteza o syntezie jądrowej jako źródle energii słonecznej znalazłaby potwierdzenie.

Jak to zwykle bywa, sprawa nie jest prosta. W tym przypadku głównym źródłem trudności jest ogromna zdolność penetracyjna neutrina. Wysunięto wiele sugestii dotyczących metod rejestracji neutrin. W chwili obecnej wydaje się, iż najlepszą jest metoda zaproponowana przez Pontecorvo. Zasugerował on, aby użyć wielkiej ilości materiału zawierającego chlor i określić liczbę atomów, które zostały przekształcone w radioaktywny argon w rezultacie bardzo rzadkich zderzeń neutrina z jądrami atomów chloru. Profesor Davis z laboratorium w Brookhaven (Stany Zjednoczone) zdołał zgromadzić dostateczne środki, aby wykonać eksperyment wykorzystujący tę ideę, i od sześciu lat taki eksperyment jest prowadzony w głębokiej kopalni w Południowej Dakocie. Główną część aparatury stanowi ogromny zbiornik zawierający prawie 400 000 litrów ciekłego chlorku węgla (C_2Cl_4). Zbiornik ten umieszczony, jak wyżej wspomniano, w głębokiej kopalni „czeka” na zajście reakcji między jądrem atomu chloru a słonecznym neutrinem. W odstępach około 100 dni przez tę ciecz jest przepuszczany hel w postaci gazowej. W trakcie tego procesu znikoma ilość powstałych atomów argonu wydziela się razem z helem. Po zakończeniu procesu przepuszczania helu przez wymieniony wyżej związek chloru dokonuje się pomiaru ilości atomów argonu. Jest to możliwe dzięki temu, iż atomy argonu są radioaktywne, a zatem można zliczać poszczególne cząstki.

Dlaczego eksperyment musi być przeprowadzony pod ziemią? Przyczyną jest ulewa cząstek atomowych docierających do nas z przestrzeni, znanych jako promienie kosmiczne (cząstki te, będące same w sobie źródłem naszego zainteresowania, są z dużym powodzeniem badane w Polsce — w Instytucie Badań Jądrowych w Łodzi i w Uniwersytecie Łódzkim). Niektóre z cząstek promieniowania kosmicznego również powodują przekształcanie jąder atomów chloru w jądra atomów argonu, a więc aparatura musi być w jakiś sposób zabezpieczona przed tym promieniowaniem. Na szczęście natężenie promieniowania kosmicznego szybko maleje (w wyniku absorpcji tych cząstek), gdy opuszczamy się w głąb ziemi. Na głębokości około 4000 m natężenie promieniowania kosmicznego jest na tyle małe, że większość powstających tam jąder atomów argonu powinna pochodzić od neutrin. W czasie kiedy Davis rozpoczynał swój eksperyment oczekiwano, iż co najmniej 30 atomów argonu powinno się pojawić w rezultacie każdego pomiaru (przepuszczenia helu przez chlorek węgla). I tutaj nastąpiło wielkie zaskoczenie. Liczba rzeczywiście obserwowanych atomów jest około 5 razy mniejsza i w zasadzie wszystkie zaobserwowane atomy argonu mogły powstać w rezultacie oddziaływań promieni kosmicznych, które przeniknęły na tę głębokość. Rezultat tego eksperymentu stanowi dla naukowców wielką zagadkę. Pojawiają się pytania, czy centralna część Słońca jest rzeczywiście „chłodniejsza” niż się przypuszcza? Czy sugerowane reakcje syntezy jądrowej są rzeczywiście tymi, które zachodzą w Słońcu? Czy w ogóle eksperyment przebiega poprawnie? W związku z tym ostatnim pytaniem przeprowadzono ogromną liczbę najróżniejszych testów i wszystko wydaje się wskazywać na poprawny przebieg eksperymentu. Niewątpliwie byłoby bardzo interesujące przeprowadzenie niezależnego eksperymentu, ale jak dotychczas nikomu nie udało się zgromadzić w tym celu dostatecznie dużych środków finansowych. Ten zaskakujący rezultat dotyczący natężenia neutrin słonecznych spotkał się z ogromnym zainteresowaniem naukowców. Wysunięto cały szereg niezwykłych sugestii. Najbardziej niepokojącym jest fakt, iż cała teoretyczna konstrukcja wyjaśniająca własności gwiazd może okazać się fałszywa. Jeżeli nie jesteśmy w stanie zrozumieć własności najbliższej gwiazdy — jaka jest szansa, iż rzeczywiście rozumiemy odległe?

Eksperyment jest nadal prowadzony i co 100 dni profesor Davis i jego współpracownicy starannie wyodrębniają powstałe atomy argonu. Z upływem czasu zaczyna się pojawiać bardziej zagadkowe zjawisko — wydaje się, iż produkcja argonu zmienia się stopniowo z czasem. Dane doświadczalne wydają się sugerować, iż strumień neutrin ze Słońca jest nie tylko mniejszy niż oczekiwany początkowo, ale również oscyluje z okresem około dwóch lat. Dwa lata jest to okres niezmiernie krótki, całkiem niemożliwy do zrozumienia, gdyż żadne zmiany w jądrze Słońca nie powinny odbywać się szybciej niż w ciągu miliona lat.

Neutrina słoneczne zachowują się więc w sposób nieoczekiwany i bardzo tajemniczy.



Rozwiązanie zadania F 49. Sytuację, gdy Słońce znajduje się nad zwrótnikiem Koziorożca — a wtedy w Polsce są najkrótsze dni — ilustruje rysunek.



Oznaczając czas trwania doby przez T , a najkrótszego dnia w miejscowości P przez t , zgodnie z podanymi założeniami możemy napisać:

$$\frac{t}{T} = \frac{2\beta}{2\pi}$$

Z rysunku mamy

$$\cos \beta = \frac{O'Q}{O'W}$$

$$O'W = O'P$$

$$O'Q = OO' \operatorname{tg} \varphi$$

$$O'P = \frac{OO'}{\operatorname{tg} \varphi}$$

Zatem

$$\cos \beta = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \varphi,$$

a więc

$$t = \frac{T}{\pi} \arccos (\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \varphi).$$

Aby otrzymane rozwiązanie miało sens, musi zachodzić związek $\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \varphi \leq 1$. Szczegółową tego dyskusję oraz obliczenia liczbowe pozostawiamy do wykonania Czytelnikowi. Warto zwrócić uwagę, że tak obliczona długość dnia może różnić się nieco od wartości rzeczywistej. Po pierwsze, w czasie ruchu miejscowości po łuku WPZ zmienia się położenie Słońca względem gwiazd, a po drugie, wskutek ugięcia i rozpraszania promieni w atmosferze między faktycznym a obserwowanym z Ziemi wschodem i zachodem Słońca istnieje kilkunastominutowa różnica. Obydwa te czynniki dla uproszczenia zostały pominięte.