



Rozwiązanie zadania M 142

Mamy równości $\frac{k-1}{k!} = \frac{k}{k!} - \frac{1}{k!} \Rightarrow$

$= \frac{1}{(k-1)!} - \frac{1}{k!}$. Jest więc

$$a_n = \sum_{k=2}^n \left(\frac{1}{(k-1)!} - \frac{1}{k!} \right) = \left(\frac{1}{1!} - \frac{1}{2!} \right) +$$

$$+ \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} \right) + \dots + \left(\frac{1}{(n-1)!} - \frac{1}{n!} \right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{n!}$$

$$\text{skąd } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n!} \right) = 1.$$



Rozwiązanie zadania M 143

Mamy $[(a * b) * (a * b)] * (b * a) = e * (b * a) = b * a$

(korzystaliśmy z tego, że $x * x = e$ dla $x = a * b$).

$$\begin{aligned} \text{Ale } & [(a * b) * (a * b)] * (b * a) = (a * b) * \\ & * [(a * b) * (b * a)] = (a * b) * (a * [b * (b * a)]) = \\ & * (a * b) * (a * [(b * b) * a]) = (a * b) * (a * [e * a]) = \\ & * (a * b) * (a * a) = (a * b) * e = a * b. \end{aligned}$$

Z udowodnionych równości wynika, że $b * a = a * b$, gdzie a i b są dowolnymi elementami zbioru S .



Rozwiązanie zadania M 144

Niech A będzie dowolnym punktem leżącym na brzegu danego koła. Na przedłużeniu odcinka AX odkładamy odcinek XA' , o długości równej $1/2 AX$ i A' łączymy odcinkiem ze środkiem danego koła O .

Jeżeli prosta prostopadła do OA' w punkcie A' przecina dany okrąg, to punkty przecięcia B i C wraz z punktem A są wierzchołkami trójkąta wpisanego w dane koło i środkiem ciężkości tego trójkąta jest punkt X , gdyż $BA' = A'C$, a więc AA' jest środkową trójkąta, punkt zaś X dzieli AA' w stosunku $2:1$.

Trójkąt ABC istnieje wtedy, gdy A' leży we wnętrzu danego koła. Punkt A' leży na obrazie brzegu danego koła w jednokładności o środku X i stosunku $1/2$. Jako punkt A można wybrać dowolny punkt danego okręgu, którego obraz w tej jednokładności leży w danym kole. Punkty te to punkty pewnego łuku (być może całego okręgu), jest więc ich nieskończenie wiele.

Przyppuszczania te jednak były bardzo słabo ugruntowane i tak np. Lowell przewidywał, że istnieje tylko jedna taka planeta w odległości 43 j.a. od Słońca, Gaillois — 2 planety w odległościach 44 i 66 j.a., Russel — 1 planeta w odległości 68 j.a., Pickering — 1 planeta w odl. 52 j.a., Forbes — 2 planety w odl. 105 i 300 j.a. itd. Tu warto zauważyć, że przyciąganie Słońca jest dostatecznie silne nawet w odległościach dziesiątków tysięcy jednostek astronomicznych, aby powodować okolośloneczny ruch eliptyczny planet.

Spośród licznych prac, mających na celu wyznaczenie położenia planety pozaneptunowej, najcenniejsze okazały się badania Lowella. Badania te opierały się na drobnych odchyleniach w ruchu Urana. Obserwacji Neptuna nie można było jeszcze wykorzystać, gdyż od czasu jego odkrycia nie przebiegł on wówczas nawet połowy swej orbity i jego ruch był za mało znany. Lowellowi udało się wyznaczyć przybliżone elementy orbity i położenia hipotetycznej planety pozaneptunowej i wyniki te ogłosił w roku 1915. Poszukiwania planety rozpoczął sam Lowell w swym obserwatorium we Flagstaff, ale były one bardzo utrudnione, gdyż należało uchwylić fotograficznie obiekt niebieski o jasności 14—15 wielkości gwiazdnej i w promieniu kilku stopni od wyznaczonego obliczeniami położenia. Dopiero w roku 1930, w dniu 21 stycznia, astronom Tombaugh w tymże obserwatorium Flagstaff znalazł na zdjęciu fotograficznym bardzo słaby obiekt 15 w.gw., w gwiazdozbiore Blizniąt, który zmieniał powoli położenie między gwiazdami, jak wykazały to następne fotografie.

Na podstawie tych i dalszych obserwacji, wykonanych już przez duże teleskopy, wyznaczono orbitę nowej planety i wtedy okazało się, że była ona już fotografowana dawniej: w roku 1927 w Uccle, w roku 1921 i 1927 w obserwatorium Yerkes, w roku 1919 na Mount Wilson, a wreszcie w roku 1914 w Heidelbergu. Położenia planety zmierzone na tych zdjęciach pozwoliły na dokładniejsze wyznaczenie jej orbity, gdyż ma ona bardzo powolny ruch, i potrzeba dłuższego okresu czasu, aby planeta przeszła łuk orbity potrzebny do ściślejszego wyznaczenia elementów. Nowa planeta otrzymała nazwę Plutona i jej orbita stanowi dotychczas granicę naszego Układu Planetarnego.

Warto tu wspomnieć, że pierwszą dokładną orbitę planety, opartą już na obserwacjach, wyznaczył w 1930 roku nieżyjący już dzisiaj polski astronom, Tadeusz Banachiewicz, a pisząc te słowa brał udział w tych obliczeniach jako młody student astronomii Uniwersytetu Warszawskiego.

KONKURS

Przeplływowi prądu elektrycznego towarzyszy szereg zjawisk fizycznych. W przewodniku wydziela się ciepło, elektrolit ulega elektrolizie, w otoczeniu przewodnika istnieje pole magnetyczne. Rozgrzany drut może świecić (żarówka), może ulec wydłużeniu. Pole magnetyczne może wywierać siłę na materiał ferromagnetyczny. Każde z tych zjawisk może być pomocne w określaniu natężenia płynącego w przewodniku prądu.

Ogłaszamy zatem konkurs na budowę amperomierza na prąd stały w oparciu o dowolnie wybrane zjawisko fizyczne.

Warunki

- 1) Amperomierz musi być zbudowany z elementów powszechnie dostępnych.
- 2) Koszt elementów nie może przekraczać 50 zł.
- 3) W przypadku wskaźnika świetlnego odległość od zwierciadła do ekranu nie może przekraczać 1 m.

Wygrywa uczestnik, którego przyrząd wykaże się największą czułością. Prace konkursowe prosimy nadsyłać do dnia 15 II 1978 r. Przewidziane atrakcyjne nagrody.

