Johannesa Keplera poszukiwania harmonii świata

Dr Ludomir WŁODARSKI

Koniec XVI wieku to czasy, gdy już niemal wszyscy wybitni astronomowie uznali heliocentryczną teorię Kopernika. Zarazem jednak był to okres, gdy teoria ta w swojej oryginalnej formie przestała być aktualna. Tym, który nadał jej nowy, doskonalszy kształt, był niemiecki matematyk i astronom, parający się również zawodowo astrologią, Johannes Kepler. Żył on w latach 1571—1630. Zamierzał poświęcić się teologii, jednak zainteresowania naukami ścisłymi wzięły górę i w wieku 22 lat zaczął wykładać matematykę i astronomię, którym pozostał wierny do końca życia. Będąc badaczem i jednocześnie człowiekiem głęboko religijnym, wychodził on z założenia, że zadaniem uczonego jest odkrywanie doskonałej harmonii, jaką Stwórca nadał budowie świata. Jego prace świadczą, że zadaniu temu poświęcił się całkowicie. Pierwsza z ważniejszych jego prac to wydany w r. 1596 „Poprzednik rozprawy matematycznej o świecie zawierający tajemnicę świata" — skrócony tytuł łaciński brzmi: „Mysterium cosmographicum". Ta utrzymana w duchu tradycji platońsko-pitagorejskiej rozprawa była próbą ustalenia liczbowej harmonii Układu Słonecznego. W owych czasach uważano, że istnieje tylko sześć planet. Kepler powiązał tę liczbę z liczbą pięciu brył platońskich (wielościanów foremnych). Przyjmując, że drogi planet umieszczone są na koncentrycznych sferach (hipotezę taką postawił jeszcze Eudoksos w IV w. p.n.e. — jej odbicie znajdujemy w tytule głównego dzieła Kopernika); widział on w układzie planetarnym następującą konstrukcję: sześcian wpisany w sferę Saturna jest opisany na sferze Jowisza, czworościan wpisany w sferę Jowisza jest opisany na sferze Marsa, dwunastościan wpisany w sferę Marsa jest opisany na sferze Ziemi, dwudziestościan wpisany w sferę Ziemi jest opisany na sferze Wenus i wreszcie ośmiościan wpisany w sferę Wenus jest opisany na sferze Merkurego. Zatem pięć brył platońskich rozdziela sześć planet — przejaw pięknej harmonii.

Obliczone według tej zasady względne odległości planet od Słońca wynoszą kolejno

0,46 — 0,79 — 1 — 1,26 — 3,8 — 6,5.

Porównajmy je z obliczonymi przez Kopernika promieniami odpowiednich orbit:

0,38 — 0,72 — 1 — 1,52 — 5,22 — 9,17.

Widać, że rozbieżności są duże. Można z tego wnioskować, że pisząc „Mysterium cosmographicum" młody Kepler niezbyt ufał dokładności obliczeń Kopernika. Całkowitą ufnością darzył jednak wyniki obserwacji znakomitego astronoma duńskiego, Tychona Brahe, z którym rozpoczął współpracę w 1600 r. Współpraca ta nie trwała długo, bo Tycho Brahe umarł już w rok później, ale dla Keplera miała ogromne znaczenie. Tycho Brahe będąc doskonałym obserwatorem zgromadził wiele materiału obserwacyjnego, odznaczającego się niezwykłą jak na owe czasy dokładnością — pomiary kątowe położenia gwiazd miały dokładność rzędu 1'. W ramach współpracy Kepler zajął się opracowaniem danych dotyczących ruchów Marsa — planety najbardziej dogodnej do obserwacji ze względu na swoje położenie względem Ziemi i Słońca. Orbita Marsa dość znacznie różni się od kołowej i nic też dziwnego, że przeprowadzone przez Keplera obliczenia położeń planety, oparte na teorii kopernikowskiej, dawały wyniki odbiegające od rezultatów obserwacji Tychona Brahe. Będąc przekonany o zasadniczej słuszności teorii heliocentrycznej Kepler widział w niej jednak niedostatki, a głównie brak harmonii przejawiający się tym, że aby opisać ruch którejkolwiek z planet należało złożyć kilka ruchów kołowych (system Kopernika zawierał przeszło czterdzieści takich kół). Jeżeli w budowie świata obowiązuje harmonia, to orbity planet muszą mieć kształt znanych krzywych geometrycznych. Kepler rozpoczął poszukiwania takiej krzywej w przypadku Marsa i prace te przeciągnęły się na kilka lat. Drogą eksperymentalną, wykonawszy wiele prób, konfrontując rezultaty obliczeń z danymi obserwacyjnymi doszedł do wniosku, że krzywą taką jest elipsa. Odnosząc ten wynik do pozostałych planet Kepler sformułował swoje słynne pierwsze prawo:

Planety biegną po elipsach, w jednym z ognisk których znajduje się Słońce.

Wcześniej jeszcze, dociekając przyczyny ruchu planet, doszedł do wniosku, że jest nią Słońce. Dalej rozumował tak: oddziaływanie Słońca rozchodzi się po liniach prostych w płaszczyźnie, w której znajdują się wszystkie planety, a więc oddziaływanie to jest odwrotnie proporcjonalne do odległości planety od Słońca. Jednocześnie prędkość planety jest proporcjonalna do tego oddziaływania. W jednakowych odcinkach czasu planeta przebywa odcinki drogi odwrotnie proporcjonalne do odległości od Słońca. Iloczyn przebytej drogi i odległości od Słońca to podwojone pole figury zakreślonej przez promień wodzący planety. Stąd wynika drugie prawo:

Pola zakreślone przez promień wodzący planety w jednakowych odstępach czasu są równe.

Przedstawione wyżej rozumowanie zaczyna się od fałszywej przesłanki i nie można powiedzieć, aby było poprawne. Zasługą Keplera jest odkrycie tego prawa, a błędne rozumowanie należy wybaczyć. Pamiętajmy, że w tym czasie nie istniało jeszcze pojęcie siły działającej na odległość, choć znano już magnetyzm.

Te dwa prawa były opublikowane w 1609 r. w rozprawie zwanej „Astronomia nova". Opisują one ruch każdej planety oddzielnie. Dalsze poszukiwania doprowadziły Keplera do odkrycia trzeciego prawa, wiążącego orbity planet w jeden harmonijny układ:
Kwadraty czasów obiegów planet dookoła Słońca mają się do siebie tak, jak trzecie potęgi wielkich osi elips, po których te planety się poruszają.
To trzecie prawo zostało ogłoszone w wydanej w 1619 r. „Harmonii świata". Wielkie dzieło złożone z pięciu ksiąg zawiera wiele spekulacji poświęconych zależnościom liczbowym zachodzącym między ruchami planet, bryłami platońskimi, a nawet ich związkom z muzyką. Wszystkie te wyniki były owocem ogromnej pracy obliczeniowej. Niektóre z nich miały nawet całkiem klarowną postać, jak np. fałszywe prawo głoszące, że każda planeta porusza się po elipsie ze stałą prędkością kątową względem drugiego, nie słonecznego ogniska tej elipsy. Przykładem tego, jak bardzo Kepler wierzył w istnienie prostych formuł liczbowych opisujących świat jest fakt, że gdy w 1610 r. Galileusz odkrył 4 księżyce Jowisza, to Kepler uznał, że wkrótce zostaną odkryte 2 księżyce Marsa (odkryto je w 1877 roku) oraz 8 satelitów Saturna (niestety, tych odkryto 10).

W historii nauki Kepler pozostał przede wszystkim twórcą trzech wielkich praw opisujących kinematykę Układu Słonecznego. Pozostał tym, który zerwał z obowiązującym od starożytności aksjomatem, że ruchy planet składają się z jednostajnych ruchów kołowych. W 12 lat po śmierci Keplera urodził się Izaak Newton, odkrywca prawa powszechnego ciążenia, które Kepler interpretowałby zapewne jako prawo powszechnej harmonii. Istotnie, trzy prawa Keplera, mówiące tylko o ruchach planet dookoła Słońca, można traktować jako wnioski z prawa powszechnego ciążenia, odnoszącego się do dowolnych ciał w całym Wszechświecie.

Zadania

Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI

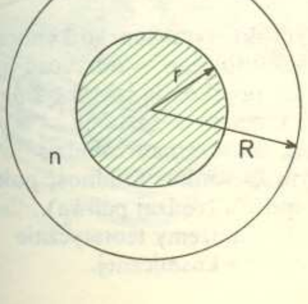
M 142. Niech $a_n = \sum_{k=2}^{n} \frac{k-1}{k!}$. Obliczyć $\lim_{n\to\infty} a_n$.

Rozwiązanie na str. 9

M 143. Mówimy, że w zbiorze S określone jest działanie $\ast$, gdy każdej parze (a, b) elementów tego zbioru przyporządkowany jest pewien element tego zbioru; oznaczamy go $a\ast b$. Udowodnić, że jeżeli działanie $\ast$ określone w dowolnym zbiorze S jest łączne (tzn. dla wszystkich a,b,c z tego zbioru jest $(a\ast b)\ast c = a\ast(b\ast c)$), ma element neutralny e (tzn. $a\ast a = e = a\ast e$ dla dowolnego a) oraz dla każdego a jest $a\ast a = e$, to działanie $\ast$ jest przemienne (czyli $a\ast b = b\ast a$ dla wszystkich a,b).
Rozwiązanie na str. 9

M 144. Wewnątrz koła dany jest punkt X. Udowodnić, że w koło to można wpisać nieskończenie wiele trójkątów o tej własności, że środkiem ciężkości każdego z nich jest punkt X.
Rozwiązanie na str. 9

Redaguje dr Waldemar GORZKOWSKI



F 48. Obserwując butelkę z mlekiem odnosimy wrażenie, że mleko wypełnia ją od zewnętrznej powierzchni szkła do zewnętrznej powierzchni szkła. Innymi słowy, wydaje się nam, że grubość szkła butelki jest równa zeru.
Wyobraźmy sobie rurkę szklaną wypełnioną kolorową cieczą. Promień wewnętrzny rurki wynosi r, a zewnętrzny $R > r$. Współczynnik załamania szkła jest równy $n > 1$. Jaki warunek muszą spełniać r, R i n, aby przy patrzeniu na rurkę z boku odnosiło się wrażenie, że grubość szkła rurki równa się zeru, podobnie jak dla butelki z mlekiem?
Rozwiązanie na str. 2