Czy mechanika — to matematyka, czy fizyka

Prof. dr Grzegorz BIAŁKOWSKI

Zagadnienie, czy mechanikę należy — czy też nie — uważać za gałąź fizyki lub matematyki, należy rozpatrywać w kontekście ogólniejszym, a mianowicie zastanawiając się, jakie jest właściwe znaczenie poznawcze matematyki i jej stosunek do fizyki, najbardziej podstawowej nauki przyrodniczej a w dodatku tej, która z dorobku matematyki najobficiej czerpie. Problem ten należy do najstarszych i najciekawszych zagadnień nauki o poznaniu. Każdy niemal myśliciel, którego ambicją było uporządkowanie wyników tego poznania i przeniknięcie struktury rzeczywistości, wypowiadał się na ten temat, proponując swoje własne rozwiązanie lub przyłączając się do jednego z rozwiązań wcześniejszych.

Wśród rozwiązań tych istnieją krańcowe, którym dziś zapewne nikt lub prawie nikt racji nie przyzna. Na jednym krańcu znajdujemy rozwiązania pozytywistyczne (w duchu np. Milla), wedle których matematyka, podobnie jak fizyka, jest nauką empiryczną, o charakterze indukcyjnym. Przedmiotem badań matematyki byłby więc nie jakiś „idealny trójkąt", ale zawsze określony „przedmiot trójkątny". Terminy matematyczne zaś, jak np. właśnie ów idealny trójkąt, byłyby tylko pustymi słowami, którym w ogóle nic nie odpowiada.

Na drugim krańcu można umieścić rozwiązanie Platona, który sądził, że przedmioty matematyczne istnieją poza rzeczami i są nawet poznawalne wprost, bez pośrednictwa doświadczenia; w istocie, powiada Platon, były one znane duszy jeszcze przed połączeniem jej z ciałem, tak że badania matematyczne są raczej przypominaniem tych odwiecznych prawd. Istniejące wokół nas „obiekty trójkątne" w najlepszym razie mogą tylko kierować naszą uwagę ku swemu prawzorowi, „trójkątowi idealnemu".

Z innych rozwiązań należy wymienić jeszcze dwa. Arystoteles i liczni myśliciele po nim sądzili, że wprawdzie platońskie „obiekty matematyczne" nie istnieją poza rzeczami, ale można je odnaleźć w rzeczach przez abstrakcję, jako ich formy, czyli, jakbyśmy może mogli powiedzieć trochę wypaczając myśl Arystotelesa, jako elementy definicji gatunkowej przedmiotów, tkwiące jednak obiektywnie w przedmiotach, a nie tylko w definiującym umyśle. Matematyka byłaby więc wtedy nauką o jakiejś głębszej strukturze rzeczywistości, którą w rzeczywistości tej można odsłonić dzięki aktom abstrahowania od cech mniej lub bardziej nieistotnych.

Inne rozwiązanie problemu matematyki dał Kant. W jego przekonaniu matematyka jest szatą, w którą nasza świadomość ubiera poznawany świat. Świat ten musi się pojawić w naszym poznaniu jako ukształtowany matematycznie, nie leży to jednak w naturze świata, lecz właśnie tylko naszego poznania. Jaki zaś naprawdę jest świat, na to pytanie, zdaniem Kanta, w ogóle żadnej odpowiedzi nie można udzielić, gdyż świat ten nie jest poznawalny.

Od czasów Galileusza wśród fizyków utrwala się jeszcze inny pogląd na matematykę. Fizyk w toku swej działalności przyswaja sobie pewien szereg przekonań, które osoba nieżyczliwa ma prawo nazwać przesądami. A więc sądzi on, że

1. Świat wykazuje daleko posuniętą autonomię, w tym sensie, że nie można go zmienić samym tylko aktem woli, bez fizycznej w nim działalności;

2. Działalność ta, jeśli ma być skuteczna, musi być zgodna z pewnymi regułami gry, które noszą nazwę praw przyrody;

3. Wszelkie prawa przyrody, już odkryte i także te, które będą odkryte w przyszłości, mają charakter przybliżony, w dwojakim sensie: **a)** zachodzą tylko przy spełnieniu określonych warunków (np. prawa mechaniki nierelatywistycznej, gdy ciała poruszają się powoli) i **b)** zachodzą tylko z określoną w danych warunkach dokładnością;

4. W nauce dokonywa się postęp, który polega między innymi na tym, że formułowane są nowe prawa, o zwiększonym zakresie stosowalności lub spełniane z większą dokładnością;

5. Świat jest nie tylko źródłem sugestii przy formułowaniu nowych praw, ale także punktem odniesienia przy ich sprawdzaniu; odrzucane jako fałszywe są te prawa, które nie pozwalają na działanie skuteczne w przewidywanym zakresie zjawisk z przewidywaną dokładnością.

Prawa matematyki nie stosują się w wielu punktach do tych zasad. Ani nie mają one charakteru przybliżonego, ani nie notuje się w matematyce przechodzenia

od praw mniej do bardziej dokładnych, ani też nie są one przedmiotem porównania z otaczającą nas rzeczywistością. Wnioskujemy stąd, że matematyka nie jest nauką o przyrodzie.
Jest jednak skądinąd faktem, że prawa matematyki są w jakiś sposób „przydatne". Skąd się więc ta ich przydatność bierze? Powodem oczywiście jest ich genetyczne uwarunkowanie obserwacją przyrodniczą. Przyroda dostarcza matematyce sugestii co do tego, jakie czynić założenia, jakimi obiektami się zajmować. Te sugestie mogą być „naoczne" (jak np. w wypadku geometrii euklidesowej), mogą jednakże również pochodzić z głębszych uwarunkowań umysłu ludzkiego. Nie jest on, być może, w stanie wymyślić niczego, co by nie miało odniesienia do rzeczywistości.
Mówiąc żartem, wiemy, że smoki nie istnieją; jednakże istnieją elementy, z których je budujemy: i łby, i pancerz, i łapy, i nawet ogień, który zionie z ich paszczy. Ta ograniczoność wyobraźni ludzkiej, która nie pozwala nam wyobrazić sobie „ósmej barwy tęczy", nie pozwala na takie oderwanie się od rzeczywistości fizykalnej, przy którym powstawałyby prawa nie mające w ogóle nawet szansy na przydatność.

Matematyka jest więc w pewnym sensie nauką o wszelkich możliwych zwierzętach, włączając tu smoki, gryfy, sfinksy i pegazy, o wszelkich możliwych istotach myślących, włączając tu ludzi (np. pana Zagłobę), ale też i anioły, dżinny i wampiry. Matematyka jest nauką o tym, co jest możliwe, a nie o tym, co jest.
Fizyka natomiast, w świetle tych uwag, byłaby nauką o tym, co jest, a ściślej trzeba by powiedzieć, o tym, co prawdopodobnie jest z daną dokładnością. Jeśli matematyka jest nauką o wszystkich możliwych twarzach, a ściślej — typach twarzy, to fizyka odkrywa tę jedną jedyną twarz, która naprawdę istnieje i którą można kochać lub nienawidzić. Dlatego też struktury matematyczne przez sam fakt zanurzenia ich w fizyce nabierają nowego charakteru. Geometria jako gałąź matematyki nie jest i nie może być przedmiotem porównania z doświadczeniem. Istnieje jednak także geometria fizyczna, gałąź fizyki, zmierzająca do ustalenia, w kontekście innych praw fizyki, np. praw rządzących rozchodzeniem się światła, jaka jest rzeczywista geometria świata. Wiemy dziś na przykład, że w warunkach ziemskich z bardzo dobrą dokładnością można się posługiwać prawami geometrii euklidesowej, to znaczy, że prawa te zgodne są z całą resztą fizyki sprawdzalnej w laboratorium. Gdy jednak z niego wyjdziemy, by badać obiekty astronomiczne, okazuje się, że dostrzegalne są odstępstwa od euklidesowości przestrzeni wywołane rozkładem mas i towarzyszącym temu rozkładowi polem grawitacyjnym.

Podobnie przedstawia się sprawa z mechaniką. Jest to gałąź wiedzy niemal równie ogólna jak geometria. Jeśli bowiem ta ostatnia zajmuje się ogólnymi własnościami przestrzeni w zasadzie (ale tylko w zasadzie!) niezależnie od ciał, które w przestrzeni tej się znajdują, to mechanika zajmuje się ogólnymi prawami ruchu ciał w zasadzie niezależnie od ich rodzaju i od natury sił, wywołujących ruch. Co więcej, mechanikę można też uważać za geometrię w pewnej przestrzeni, a mianowicie w przestrzeni fazowej, w której współrzędnymi są położenie oraz składowe pędu ciała.

Rozumiana jako gałąź matematyki, mechanika jest to po prostu teoria układów równań różniczkowych drugiego rzędu. Dla teorii tej poszukuje się równoważnych sformułowań w innym języku matematycznym, np. w języku rachunku wariacyjnego lub też teorii transformacji w przestrzeni fazowej. Doświadczenie odbija się na tej teorii tylko przez wybór tematu: właśnie równań rzędu drugiego, a nie na przykład trzeciego, choć i to można tłumaczyć względem na prostotę. Cała ta struktura matematyczna po zanurzeniu w fizyce staje się mechaniką fizyczną, gałęzią nauki eksperymentalnej, porównywalną z doświadczeniem i przez wymogi tego doświadczenia odpowiednio modyfikowaną. Przykładem takiej modyfikacji są choćby zmiany wniesione do mechaniki klasycznej przez teorię względności.

Tak w przybliżeniu przedstawia się sprawa, jeśli chodzi o mechanikę punktu materialnego i bryły sztywnej, a więc tę gałąź mechaniki, która jest najlepiej zbadana a jej podstawy fizyczne w zasadzie zostały ustalone już przed dwustu laty. Inne działy mechaniki, jak mechanika ciał odkształconych, mechanika kwantowa czy wreszcie mechanika statystyczna, które są mniej okrzepłe od strony fizykalnej, są też mniej podatne na definitywną aksjomatyzację, która by umożliwiła ich rozwój matematyczny.

Reasumując, widzę miejsce na dwie mechaniki: matematyczną i fizyczną. Lub też, jeśli komuś takie rozwiązanie nie odpowiada, powiem, że mechanika jest tą gałęzią nauki, którą można uprawiać na sposób matematyczny i na sposób fizyczny.