



Atomista Demokryt i inni

Dr Marek KORDOS

Żyjący na przełomie V i IV w. p.n.e. grecki filozof (czyli uczonec) Demokryt z Abdery był, jak wiadomo, twórcą teorii atomistycznej. „Mniej wiadomo” jednak, że teoria ta była pewną koncepcją matematyczną i o tyle tylko dotyczyła budowy materii, o ile matematyka materię (wówczas) opisywała. Chodziło mianowicie o to, że każda figura geometryczna (ewentualnie można w tym miejscu powiedzieć — obiekt materialny) ma się składać z drobnych, bardzo drobnych części niepodzielnych, która to niepodzielność w języku greckim określana jest słowem atomos (znamy je: a — to przedrostek używany do dziś w różnych językach jako synonim *nie*, zaś rdzeń słowa występuje powszechnie jako określenie podziału książki na oddzielnie zsyte części). Idea przyświecająca przyjęciu takiego założenia była następująca: jeżeli nasypimy do powierzchni stożkowej piasku do pełna, a potem przesypiemy ten piasek do prostopadłościennego pudełka o podstawie będącej kwadratem 1×1 , to wysokość piasku w pudełku będzie w przybliżeniu równa objętości stożka. Atomy Demokryta to hipotetyczny „piasek” dający dokładne wyniki. Trudniej może dać wyobrażenie o charakterze dwuwymiarowych czy jednowymiarowych atomów, ale i takie miały zdaniem Demokryta istnieć, dając możliwość ścisłego ustalania wielkości pól figur (kwadratura) i długości krzywych (rektyfikacja). Idea Demokryta nie była popularna. Zarzucano jej niezgodność z koncepcjami Talesa — bo jeśli atom nie ma średnicy, to nie istnieje, jeśli zaś ma, to jak zmierzyć nim odcinek krótszy? Można zauważyć też, że jeśli wewnątrz sfery o promieniu 1 napełnimy kulami o promieniu 1, to otrzymamy właściwą objętość. Jeśli jednak zmniejszymy promień (lepszy „piasek”) do $\frac{4}{7}$, to otrzymamy jako

objętość sfery $\frac{64}{343} < \frac{1}{5}$ objętości rzeczywistej. Potem przy $\frac{1}{2}$ będzie lepiej (choć bardzo źle) — $\frac{1}{4}$,

potem znów trochę gorzej, potem znów lepiej — słowem należałoby dowieść, że przy zmniejszaniu promieni kul wypełniających otrzymujemy coraz lepsze przybliżenia. Ale i wówczas, gdybyśmy umieli to zrobić, pozostanie pytanie, czy nie lepiej byłoby jakoś tak po prostu i dokładnie, bez piasku.

Podobne idee wyznawał Archimedes. On jednak używał nie piasku, a wody, co do której natury w Starożytności nie było ustalonej opinii. Tu z kolei nasuwającym się zarzutem była „niematematyczność” metody.

Problem ustalenia dokładnej objętości, pola, długości w odniesieniu do dowolnej figury geometrycznej pozostał otwarty aż do XVII stulecia. Powstałe wówczas nowe metody matematyczne (geometria analityczna — Kartezjusz, rachunek różniczkowy i całkowy — Newton, a właściwie Leibniz) pozwoliły ustalać miary dla dość znacznej ilości figur — właściwie dla wszystkich praktycznie stosowanych. Równocześnie Cavalieri i Torricelli wykazali, że cały problem da się sprowadzić jedynie do rektyfikacji — gdybyśmy umieli znaleźć dla dowolnej krzywej odcinek prostej o tej samej co krzywa długości, umielibyśmy poradzić sobie z miarami w wyższych wymiarach (płaską, przestrzenną). Poszukiwano więc ciągle takiej metody, która pozwoliłaby zrektyfikować dowolną krzywą.

Dopiero jednak w XIX wieku sprawę postawiono „na głowie”, co okazało się zabiegiem właściwym. Mianowicie zaczęto się zastanawiać nie nad tym, jakie własności powinna mieć krzywa, aby ją można było zrektyfikować, lecz nad tym, jakie własności powinna mieć prosta, aby można było znaleźć na niej potrzebne w rektyfikacji punkty. A właściwie punkt — bo jeden koniec odcinka możemy obrać dowolnie — sztuka polega tylko na znalezieniu drugiego. Ostatecznie tak postawiony problem znalazł rozwiązanie sto lat temu. Wygląda to tak: jeżeli długość jakiejś krzywej umiemy dowolnie przybliżyć długościami odcinków (i z dołu i z góry), to istnieje odcinek dokładnie tej długości, co krzywa. Taki postulat nazywany jest aksjomatem Dedekinda. Bywa on formułowany przeważnie nie geometrycznie, a arytmetycznie — linia prosta jest utożsamiana ze zbiorem liczb rzeczywistych.

Krótko nazywa się wyżej podaną własność prostej ciągłością. Słowo to jest mylące — kojarzy się z ciągłością funkcji. W poprawnej terminologii matematycznej należałoby nazwać tę własność zupełnością. Jednak we wszystkich językach nazywa się aksjomat Dedekinda aksjomatem ciągłości i tak już pewnie zostanie. Podobnie jak Demokryt pozostanie zapewne zawsze twórcą atomistycznej teorii budowy materii.

