

Doc. dr Michał ŚWIĘCKI

W artykule tym zajmiemy się symetriami oddziaływań z nieco ogólniejszego punktu widzenia. Okazuje się bowiem, że symetrie obowiązujące wśród oddziaływań są pewnie ich najważniejszą własnością. Nie na darmo mówi się, że praca fizyka polega na sprawdzaniu odkrytych poprzednio symetrii, wykrywaniu odstępstw od tych symetrii, a następnie postulowaniu nowych.

Wprowadźmy na początek pojęcie niezmienniczości funkcji. Mówimy, że funkcja jest niezmiennicza ze względu na jakieś przekształcenie jej argumentów, jeżeli po tym przekształceniu jej liczbowa wartość nie zmienia się. Łatwo sobie wyobrazić, że każda niezmienniczość wiąże się z występowaniem pewnej symetrii dla funkcji. Na przykład funkcja, której argumentami są współrzędne pewnego punktu materialnego, może być niezmiennicza ze względu na obroty układu współrzędnych. Jej zależność od współrzędnych punktu jest wtedy zależnością jedynie od promienia wodzącego tego punktu i przybiera ona równe wartości na powierzchni każdej kuli o środku w początku układu. Istnienie takich powierzchni kulistych, na których funkcja nie zmienia się, jest właśnie wyrazem symetrii w opisanej sytuacji. Fizycy często mówią o symetrii oddziaływań (np. symetrii obrotowej) mając na myśli, że pewne funkcje opisujące te oddziaływania są niezmiennicze ze względu na odpowiednie przekształcenia ich argumentów. Jak dowiedzieliśmy się z artykułu W. Kamińskiego, we wszystkich teoriach fizycznych obowiązuje twierdzenie Emmy Noether. Mówi ono o związku między niezmienniczościami i prawami zachowania dla układów izolowanych, a więc takich, dla których zachowuje się energia.

Prześledźmy dowód tego twierdzenia na przykładzie symetrii translacyjnej, która wiąże się z niezmienniczością oddziaływań ze względu na przesunięcia układu współrzędnych.

Ograniczmy się przy tym do przypadku nierelatywistycznej mechaniki klasycznej. Rozpatrzmy układ dwóch dowolnie oddziałujących ze sobą cząstek. Układ jest izolowany i energia, z założenia, zachowuje się podczas jego ewolucji. Wprowadźmy, jak to zwykle się robi w takiej sytuacji, energię potencjalną układu. Jest ona oczywiście funkcją współrzędnych obu cząstek: $E_p(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2)$. Przyrost tej funkcji odpowiadający przyrostowi argumentu np. x_1 o Δx_1 , równa się, z definicji energii potencjalnej, pracy jaka musi być wykonana środkami zewnętrznymi nad układem na to, żeby cząstkę pierwszą odsunąć od drugiej wzdłuż osi x o odcinek Δx_1 .

$$\Delta x_1 E_p = -F_{1x} \Delta x_1,$$

gdzie F_{1x} jest x -ową składową siły, z jaką cząstka druga działa na pierwszą, a znak minus oznacza, umownie, pracę wykonywaną nad układem. Jest rzeczą oczywistą, że obserwator zewnętrzny nie oddziałujący (praktycznie) z układem może swobodnie przechadzać się po pokoju i nie wpłynie to w żaden sposób na energię potencjalną naszej pary cząstek. Fakt ten (dość oczywisty) oznacza tylko to, że energia potencjalna jest niezmiennicza ze względu na dowolne przesunięcia układu współrzędnych, np. w kierunku osi x o odcinek a :

$$E_p(x_1 + a, y_1, z_1, x_2 + a, y_2, z_2) = E_p(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2)$$

i podobnie dla osi y oraz z . Ponieważ a jest dowolnym przesunięciem, więc związek powyższy oznacza, że energia potencjalna zależy jedynie od różnic współrzędnych cząstek

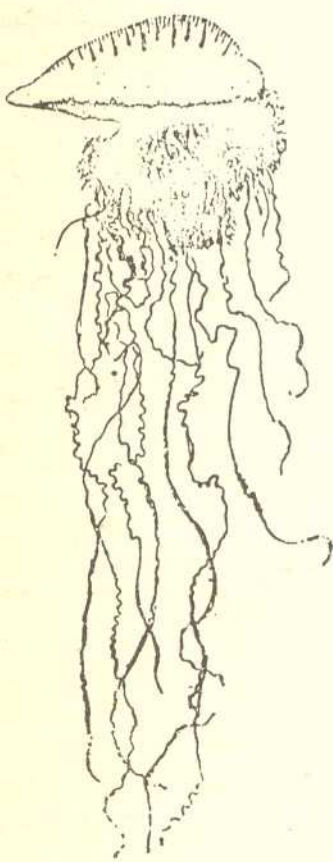
$$E_p = E_p(x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2).$$

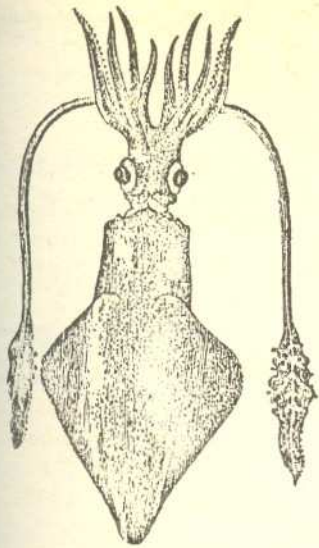
Stąd siły działające na obie cząstki

$$F_{1x} = -\frac{\Delta_x E_p}{\Delta x_1} = +\frac{\Delta_x E_p}{\Delta x_2} = -F_{2x}$$

są równe co do wartości, ale przeciwnie skierowane. Otrzymaliśmy więc zasadę równej akcji i reakcji, wychodząc z dość oczywistej niezmienniczości energii oddziaływania ze względu na przesunięcia układu współrzędnych.

A zasada ta jest, jak wiemy, równoważna zasadzie zachowania pędu. Podobnie, żądanie (równie oczywiste) niezmienniczości ze względu na obroty wymaga, żeby energia potencjalna zależała jedynie od odległości między cząstkami (siły o takiej własności nazywają się centralnymi), a to z kolei prowadzi do zasady zachowania momentu pędu. I tak dalej. Widzimy już chyba, jak potężnym narzędziem fizyka są symetrie oddziaływań. Zawsze też, ilekroć w świecie oddziaływań natrafiano na nową symetrię (niezmienniczość), prowadziło to do zupełnie przełomowych odkryć. Chciałbym tu przytoczyć przykład całkiem współczesny, dotyczący fizyki cząstek elementarnych. Wiedzano od dawna, że obowiązuje ściśle prawo zachowania ładunku elektrycznego. Po odkryciu pierwszych cząstek: elektronu, protonu i neutronu rozróżniano je za pomocą ładunku elektrycznego. Szybko potem pojawiły się nowe cząstki o takich samych ładunkach elektrycznych, lecz niejednakowych własnościach.





W celu ich rozróżnienia wprowadzono pewne nowe wielkości („ładunki”) i to w taki sposób, żeby dla tych nowych ładunków (nie elektrycznych) zachodziły prawa zachowania we wszystkich obserwowanych reakcjach zachodzących między cząstkami. I tak okazało się w latach pięćdziesiątych, że w silnych, jądrowych, oddziaływaniach cząstek elementarnych zachowuje się, oprócz ładunku elektrycznego, kilka innych ładunków. Zwróćmy tu uwagę, że energia potencjalna układu cząstek może zależeć nie tylko od współrzędnych cząstek. W opisanej sytuacji oddziaływań silnych trzeba było założyć, że zależy ona od pewnych nowych (nie przestrzennych, a ładunkowych) zmiennych, następnie znaleźć taką symetrię, która prowadziłaby do prawa zachowania wszystkich ładunków. Nie było to sprawą łatwą, ale wreszcie symetrię taką znaleziono. I wtedy okazało się, że najprostszym układem mającym tę symetrię jest układ trzech cząstek (kwarków), których oddziaływania silne powinny być nierozróżnialne. W ten właśnie sposób powstała hipoteza kwarków, których śladów wprowadzić nikt nie zaobserwował, ale mało kto dzisiaj wątpi, że z nich zbudowane są wszystkie silnie oddziałujące cząstki elementarne.

Na zakończenie być może ktoś z Was chciałby wiedzieć, dlaczego zachowuje się sama energia, prawem zachowania której cały czas posługiwaliśmy się. Prawo to również wynika z pewnej symetrii, a mianowicie z niezmienniczości oddziaływań względem przesunięć w czasie. Jest przecież oczywiste (choć niekoniecznie musi być prawdziwe), że wszystkie znane obecnie oddziaływania wyglądały tak samo miliony lat temu. Ponieważ trzymamy się ciągle (jedynie dla prostoty wykładu) fizyki nierelatywistycznej, więc wszędzie będzie ten sam uniwersalny czas. Warunek $E_p(t+b, t+b) = E_p(t, t)$ wymaga więc, żeby $E_p = E_p(t-t) = E_p(0)$, czyli żeby energia nie zależała od czasu. Jest to właśnie zasada jej zachowania. Teraz chyba już wszyscy zaczniemy doceniać specjalną i ważną rolę, jaką w Przyrodzie grają symetrie i niezmienniczości.



Rozwiązanie zadania F 42

Podobnie jak w zadaniu z poprzedniego numeru skorzystamy z symetrii rozważanego układu. Oczywiście istotną jest tu symetria płynących prądów, a nie symetria samych przewodników, które możemy dowolnie pociąć bez zmiany warunków zadania. Układ ten przechodzi sam w siebie pod wpływem następujących operacji symetrii:

- a) obrotów o kąty $n \cdot 120^\circ$ (n — liczba naturalna) względem prostej AB,
- b) odbić względem każdej z trzech płaszczyzn zawierających prostą AB i jedną z trzech krawędzi wychodzących z punktu A.

Inne operacje symetrii samego dwunastościanu nie są operacjami symetrii układu, gdyż zmieniają położenie punktów dopływu i odpływu prądu.

Po podłączeniu źródła prądu potencjał w poszczególnych punktach naszego obwodu jest wyznaczony jednoznacznie. Wynika stąd, że potencjał wszystkich trzech wierzchołków oznaczonych pełnym kółkiem jest taki sam (rys. 1). Gdyby bowiem tak nie było, to po obrocie wokół prostej AB o kąt 120° układ przeszedłby sam w siebie, a rozkład potencjału byłby inny niż przed obrotem wbrew stwierdzeniu, że jest on wyznaczony jednoznacznie.

Podobnie dowodzi się, że potencjał dowolnych dwóch wierzchołków oznaczonych na rys. 1 jednakowym znakiem jest taki sam. Zatem rozkład prądów będzie taki, jak na rys. 2 (skorzystaliśmy tu z I prawa Kirchhoffa). Napięcie U_{AB} wzdłuż każdej z możliwych dróg łączących A z B jest takie samo (II prawo Kirchhoffa). Biorąc pod uwagę drogę zaznaczoną na rys. 2, możemy napisać

$$U_{AB} = \frac{1}{3} Ir + \frac{1}{6} Ir + \frac{1}{6} Ir + \frac{1}{6} Ir + \frac{1}{3} Ir = \frac{7}{6} Ir.$$

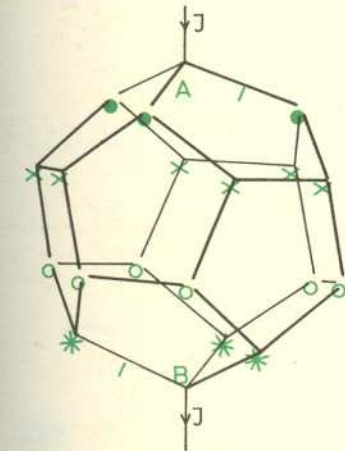
Z określenia oporu zastępczego R_{AB} mamy

$$U_{AB} = IR_{AB},$$

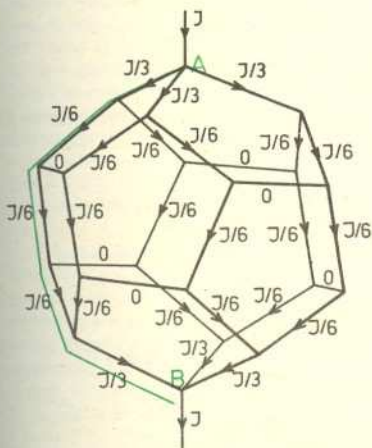
a więc

$$R_{AB} = \frac{7}{6} r.$$

Zadanie można rozwiązać i bez odwoływania się do symetrii układu, jednakże postępując w sposób tradycyjny, znany ze szkoły, otrzymujemy układ wielu równań z wieloma niewiadomymi. Ułożenie i rozwiązanie tego układu nie należy do rzeczy miłych, o czym Czytelnik może się sam łatwo przekonać.



Rys. 1



Rys. 2

