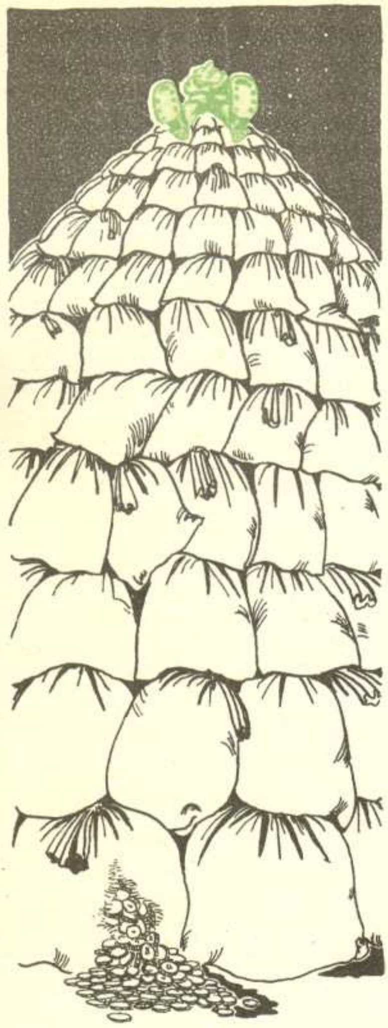
CYROGRAF



Jest to tzw. *paradoks petersburski*, sformułowany przez M. Bernoulliego w okresie, gdy mieszkał i pracował w Petersburgu.

Gra sprawiedliwa — to taka, której warunki nie faworyzują żadnego z graczy, a ewentualna wygrana jest skutkiem — w zależności od typu gry — bądź wyższych umiejętności (w grach strategicznych), bądź tzw. „szczęścia", czyli przypadku (w grach czysto losowych).
Jeśli gra losowa jest korzystna dla któregoś z graczy, to można uczynić ją sprawiedliwą żądając, by gracz faworyzowany płacił każdorazowo za prawo jej rozegrania tyle, ile wynosi przeciętna jego wygrana (czyli tzw. wartość gry).
Wyobraź sobie, że zaproponowaliśmy Ci grę następującą: rzucasz rzetelną monetę do momentu, w którym po raz pierwszy wypadnie reszka. Za wynik „seria n orłów zakończona reszką" otrzymujesz wygraną 2^n zł (a więc za R—2^0 = = 1 zł, za OR — 2 zł, za OOR — 4 zł itd.). Warunki gry faworyzują Ciebie wyraźnie, są więc podstawy do zażądania, byś każdorazowo za prawo rozegrania tej gry coś nam zapłacił: tyle ile wynosi oczekiwana (przeciętna) Twoja wygrana. Wtedy to, czy wygrasz, czy przegrasz, zależałoby jedynie od losu.
Jesteśmy jednak altruistami: żądamy jedynie, byś płacił każdorazowo tylko połowę wartości gry. Na takich warunkach na pewno zechcesz z nami zagrać, prawda?
Pozostaje obliczyć wartość v gry. Przeciętnie raz na dwie rozgrywki możesz oczekiwać tego, że wypadnie reszka i otrzymasz 1 zł, a więc ten wynik da Ci przeciętnie $\frac{1}{2} \cdot 1$ zł:

$$v = \frac{1}{2} \cdot 1 + \ldots$$

Ponadto przeciętnie raz na cztery gry wynik rzutów będzie następujący: OR, co da Ci każdorazowo 2 zł, a więc przeciętnie $\frac{1}{4} \cdot 2$ zł:

$$v = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \ldots$$

Ogólnie — przeciętnie raz na 2^{n+1} razy otrzymasz wygraną 2^n zł (za serię n orłów zakończoną reszką). Zatem

$$v = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \ldots + \frac{1}{2^{n+1}} \cdot 2^n + \ldots =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{2} + \ldots = +\infty.$$

Ostatecznie również $\quad \frac{1}{2} v = +\infty.$

A więc żądanie, abyś za prawo rozgrywania tej gry zapłacił nam wszystko, co posiadasz i zobowiązał się do przekazywania nam wszystkiego, co kiedykolwiek zarobisz w ciągu całego życia nie jest wygórowane: warunki gry i tak Ciebie faworyzują. Spisuj cyrograf!

BOCIANY

Korelacją (dokładniej: współczynnikiem korelacji) nazywa się liczbę, która jest pewnego rodzaju miarą zależności między dwiema zmiennymi losowymi.
Współczynnik ten przyjmuje wartości z przedziału $\langle -1, 1\rangle$. Jeśli X, Y są dwiema niezależnymi zmiennymi losowymi, to ich współczynnik korelacji $\varrho_{X;Y}$ jest równy zeru. Jeśli natomiast $|\varrho_{X;Y}| = 1$, to istnieją takie liczby a, b i c, że $aX+bY+c \equiv 0$: zmienne X i Y są liniowo zależne.
W naukach empirycznych wyniki pomiaru traktuje się często jako wartości zmiennych losowych. Jeśli dokona się wielu jednoczesnych pomiarów dwu różnych właściwości (np. wzrostu i wagi ciała czy dochodów i kosztów utrzymania wielu osób), to na podstawie otrzymanych wyników można określić przybliżoną wartość współczynnika korelacji między odpowiednimi zmiennymi losowymi. Jeśli pomiarów jest wiele, a otrzymana wielkość współczynnika korelacji duża (np. większa co do wartości bezwzględnej od 1/2), to mówi się, że korelacja jest istotna. Jeśli mierzone zmienne są niezależne, to otrzymanie istotnej korelacji jest bardzo mało prawdopodobne.
Fakt otrzymania istotnej korelacji interpretuje się często w związku z tym jako empiryczne potwierdzenie przypuszczenia, że pomiędzy mierzonymi zjawiskami zachodzi związek przyczynowo-skutkowy. Zbadano kiedyś korelację pomiędzy ilością zajętych gniazd bocianich a ilością urodzeń w Bremie w latach 1919–1935. Okazała się istotna.

CZEMU RÓWNA SIĘ ZERO BEZWZGLĘDNE?

Hans Albrecht Bethe, laureat nagrody Nobla z fizyki, opublikował w latach trzydziestych następujący dowód na to, że temperatura zera bezwzględnego wynosi −273 stopnie Celsjusza:
Jak wiadomo odstęp między poziomami energetycznymi rośnie ze wzrostem siły oddziaływania. Odwrotność stałej sprzężenia oddziaływań, decydującej o ich sile, jest więc miarą liczby poziomów, czyli stopni swobody układu. Dla oddziaływań elektromagnetycznych, odpowiedzialnych za własności atomów i cząsteczek, stała ta równa się $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$. Liczba stopni swobody wynosi więc 137 dla elektronów i 137 dla protonów (innych cząstek naładowanych w atomach nie ma) — razem 274 stopnie. Ponieważ w temperaturze zera bezwzględnego wszystko jest zamrożone, więc mamy o jeden stopień swobody mniej. Ostatecznie otrzymujemy 273 stopnie.

Monika M. z Warszawy: „Nie jest dla mnie jasna definicja prawdopodobieństwa. Mówi się w niej, że «jest to funkcja, która przekształca zbiór zdarzeń losowych Z w zbiór $\langle 0, 1\rangle$, tzn. $P: Z \to \langle 0, 1\rangle$». A mnie się wciąż wydaje, że prawdopodobieństwo to wartość wspomnianej funkcji. To przecież konkretna liczba.
Red.: Wartość *funkcji „prawdopodobieństwo"* na konkretnym zdarzeniu nazywa się *prawdopodobieństwem tego zdarzenia* i jest dla konkretnego zdarzenia konkretną liczbą. Nie ma więc sprzeczności między cytowaną definicją, a poglądem Czytelniczki. Podobna sytuacja terminologiczna zdarza się często: *sinus* — to nazwa funkcji, ale *sinus* konkretnego *kąta* jest konkretną liczbą. Bywa też inaczej: *metryka* — to nazwa funkcji określonej na parach punktów; wartość tej funkcji na konkretnej parze nazywa się *odległością* punktów tej pary.

JAK SILNE JEST POLE WEWNĄTRZ ATOMU?

Z czym je porównamy? Oczywiście z polami elektrostatycznymi, jakie wytwarzamy w laboratoriach. Nasuwa się od razu odpowiedź — słabiutkie. Przecież w takim pojedynczym atomie wszystko jest małe i słabe. Aby zjonizować np. atom wodoru (czyli rozerwać go na jądro i elektron) potrzebna jest energia około 10 eV $= 1{,}6 \cdot 10^{-11}$ erga, a więc około 100 miliardów razy mniejsza od energii skaczącej pchły. A tymczasem zabicie słonia byłoby w naszych laboratoriach drobnostką.
Mimo pozornej oczywistości wniosek powyższy jest błędny — pola atomowe są znacznie silniejsze od makroskopowych. Można bowiem w laboratorium uzyskać naprawdę wielkie *napięcia* — napięcia, czyli energię, jaką zyskują ładunki jednostkowe po przejściu między elektrodami. Ale spadek napięcia przypadający na jednostkę odległości nie będzie wcale taki duży. A właśnie ów spadek — czyli *natężenie* pola elektrostatycznego — mówi nam jak silne jest pole.
Dla atomu wodoru natężenie w odległości od jądra (protonu) zwanej promieniem Bohra ($a_0 \simeq 10^{-10}$ m) wynosi

$$E = \big((\text{energia jonizacji}):(\text{ładunek elementarny})\big):a_0 \simeq \\ \simeq \big((10\ \text{eV}):(1\ \text{e})\big):(10^{-10}\ \text{m}) = 10^{11}\ \text{V/m},$$

podczas gdy w laboratoriach nie umiemy uzyskać natężenia większego od 10^7 V/m. Pole atomowe jest więc bardzo silne. Tyle, że działa ono na niewielkich odległościach (maleje bowiem bardzo szybko — proporcjonalnie do $\frac{1}{r^2}$, gdzie r jest odległością od jądra) i dlatego daje znikomą energię jonizacji.
Można by dojść do prawidłowej odpowiedzi na tytułowe pytanie również bez posługiwania się obliczeniami. Gdybyśmy bowiem umieli uzyskać w laboratorium natężenia równe, bądź większe od natężeń pól atomowych, nasze urządzenia rozsypałyby się na jądra i elektrony.
Na końcu zwróćmy uwagę na jednostki. Zwykle jednostki atomowe są bardzo małe w porównaniu z makroskopowymi (odległość 10^{-10} m, energia 10^{-11} erga, ładunek $4{,}8 \cdot 10^{-19}$ kulomba). Ale jednostka napięcia, wolt, obsługuje z równym powodzeniem mikro- i makroświat.

10 wzorów, które zmieniły oblicze Ziemi (tłumaczenie nadruków na rewersach znaczków przedstawionych na okładce — za ich treść nie bierzemy odpowiedzialności)

1. Człowiek pierwotny

Ta elementarna równość miała fundamentalne znaczenie dla człowieka pierwotnego, ponieważ nauczyła go liczenia. Bez zrozumienia pojęcia liczby ludzie mogli operować w handlu jedynie nazwami przedmiotów; nie znali ilości owiec i krów, które posiadali, ani liczby członków plemienia. Umiejętność liczenia doprowadziła bezpośrednio do szybkiego rozwoju handlu, a w dalszej perspektywie do rozkwitu nauk mierniczych.

2. Pitagoras (570–497/6 p.n.e.)

Najbardziej znanym twierdzeniem geometrii jest niewątpliwie twierdzenie Pitagorasa, które dotyczy długości trzech boków trójkąta prostokątnego. Po raz pierwszy zostało sformułowane przy obliczaniu długości jako sposób pośredni, pozwalający człowiekowi robić różne obliczenia geometryczne, a także mapy. Starożytni Grecy używali wzoru Pitagorasa do mierzenia odległości statków na morzu, obliczania wysokości budynków itp. Wzór ten jest podstawą formułowania wielu pojęć matematyki.

3. Archimedes (287–212 p.n.e.)

Archimedes powiedział: „Dajcie mi punkt oparcia, a poruszę Ziemię".
Proste równanie dźwigni jest podstawą całej inżynierii, np. konstrukcji koła zębatego, dźwigu itp. Znajomość tego równania umożliwia sporządzanie dokumentacji technicznej (rysunki, szkice) od mostu do budynku. Większość narzędzi działa na zasadzie dźwigni (każda nakrętka, sworzeń itp.).

4. John Napier (1550–1617)

Napier porównywał znaczenie logarytmów w matematyce do roli stenografii. Pozwoliły one dokonywać szybko i w sposób nieskomplikowany mnożenia i dzielenia liczb wielocyfrowych (dodając lub odejmując ich logarytmy). Logarytmy znalazły zastosowanie w astronomii i nawigacji; ich znaczenie na polu tych nauk jest porównywalne z dzisiejszą rewolucją komputerową.

5. Izaak Newton (1642–1727)

W czasach Newtona ludzie wiedzieli już, że planety krążą dookoła Słońca a Księżyc wokół Ziemi, jednakże ówczesny poziom nauki i techniki nie pozwalał na loty w kosmos. Newton wykazał, iż wszystkie ciała fizyczne przyciągają się wzajemnie siłą grawitacji. Równanie jego uwidoczniło, że siła ta zależy od mas ciał fizycznych. Nie zauważa się jej działania w przypadku przedmiotów nas otaczających, gdyż ich masa jest znikoma.

6. James Clerk Maxwell (1831–1879)

Wiek XIX jest epoką dokonań fizyka szkockiego. Sformułował on 4 słynne równania podsumowujące wiedzę człowieka w dziedzinie elektryczności i magnetyzmu. Umożliwił tym samym rozwój radiofonii, komunikowania się na odległość, skonstruowanie radaru, który znalazł zastosowanie na ziemi, morzu i w przestrzeni.
Światło, promienie X i inne rodzaje promieniowania elektromagnetycznego spełniają związki wynikające z podanego wzoru.

7. Ludwik Boltzmann (1844–1906)

Równania Boltzmanna ujawniły zależność między zachowaniem się gazów, a ruchem atomów i molekuł. Ich znaczenie uwydatnia się wszędzie, gdzie znalazły zastosowanie gazy: w maszynach parowych, w urządzeniach, które wykorzystują spalanie wewnętrzne, w przemyśle farmaceutycznym, w produkcji mas plastycznych itp. Oprócz tego nadal stanowią one podstawę do wyjaśniania procesów zachodzących na Słońcu, gwiazdach i odległych galaktykach.

8. Louis de Broglie (ur. 1892)

Światło — forma energii — posiada własności cząstek i fal. De Broglie odkrył, że cząstki elementarne, z których zbudowana jest materia, mają także właściwości podobne do fali. Równanie de Broglie'a miało ogromne znaczenie dla rozwoju nowoczesnej optyki i urządzeń elektronicznych, np. tranzystorów — znajdujących zastosowanie w radiu, telewizji, komputerach, statkach kosmicznych, wojskowości itp.
Przyczyniło się także do skonstruowania mikroskopu elektronowego, wzbogacając w ten sposób zasób przyrządów badawczych w wielu gałęziach nauki.

9. Konstanty Ciołkowski (1857–1935)

Równanie to stanowi ważną część techniki kosmicznej. Opisuje ono zmianę prędkości statków odrzutowych. Wynika bezpośrednio z jednej z trzech zasad dynamiki Newtona. Bez niego niemożliwe byłyby loty na Księżyc i na inne planety — a nawet loty orbitalne dookoła Ziemi. Wykorzystano je także w czasie II Wojny Światowej do konstrukcji pocisków sterowanych.

10. Albert Einstein (1879–1955)

Równanie to zapoczątkowało wiek atomowy. Uwidacznia ono, że znikoma masa materii może być źródłem ogromnej energii, która może się objawiać w formie reakcji kontrolowanej lub w postaci gwałtownych wybuchów bomb atomowych i wodorowych. Człowiek jednakże potrafił wykorzystać reakcję atomową (reaktory) dla uzupełnienia lub zastąpienia ciepła i elektryczności, tak potrzebnych w domach i fabrykach.