Hodujemy kryształy

Dr. Jan A. GAJ

KONKURS ŚWIĄTECZNY

Rozważając możliwość przystąpienia do konkursu, Czytelnik zada sobie z pewnością pytanie, po co hodować kryształy. Wyniki pracy uczestników konkursu będą miały jedynie wartość dydaktyczną i estetyczną. Należy sobie jednak zdać sprawę z licznych zastosowań kryształów w nauce i technice. Praktycznie wszystkie półprzewodnikowe elementy elektroniczne, rezonatory kwarcowe, polaryzatory i cały szereg innych elementów optycznych, ośrodek aktywny szeregu laserów — wszystko to są kryształy.
Istnieje w związku z tym cały szereg niejednokrotnie bardzo skomplikowanych metod technologicznych otrzymywania kryształów różnych substancji. Większość z nich zupełnie nie nadaje się do zastosowania w warunkach domowych, znajdą się jednak sposoby dostępne dla każdego Czytelnika. Nie zwlekając dłużej, zastanówmy się

JAK SIĘ TO ROBI?

Najłatwiej z roztworu wodnego. Wytwarzamy roztwór nasycony na przykład cukru, o nieco podwyższonej temperaturze. Do roztworu wpuszczamy na nitce mały kryształek, od którego rozpoczniemy naszą hodowlę. W czasie stygnięcia cukier z roztworu będzie wydzielał się między innymi na powierzchni kryształka powiększając jego wymiary. Powtarzając ten proces wielokrotnie można wyhodować spory kryształ. Korzystne jest, jeżeli proces stygnięcia przebiega powoli, co można osiągnąć przeprowadzając go w termosie. Inną metodą, podobną do wyżej opisanej, jest krystalizacja ze stopionej masy. Oczywiście, w naszych warunkach możemy ją przeprowadzać tylko dla kryształów o dostatecznie niskiej temperaturze topnienia. Cały proces przebiega tak samo, tylko zamiast roztworu nasyconego stosujemy ciecz w temperaturze krzepnięcia.
Jestem przekonany, że Czytelnicy nie ograniczą się do podanych tu sposobów, a wprowadzą własne udoskonalenia lub całkowicie oryginalne metody.
Obecnie pozostaje nam ogłosić

WARUNKI KONKURSU

1. Zadaniem uczestników jest wyhodować po jednym krysztale trzech substancji: soli kuchennej, cukru (sacharozy) i tiosiarczanu sodu (główny składnik utrwalacza fotograficznego).
2. Zewnętrzna forma kryształów ma odzwierciedlać ich strukturę.
3. Podstawowym kryterium oceny jest iloczyn mas trzech kryształów. W razie istotnych różnic w jakości nadesłanych kryształów zostaną wprowadzone również punkty za jakość, ocenioną na podstawie wyglądu zewnętrznego oraz — w razie potrzeby — dodatkowych badań.
4. Prace konkursowe, które należy nadsyłać do dnia 31.I.1977 r., będą oceniane przez jury w składzie:
   1. Doc. dr T. Hofmokl
   2. Doc. dr M. Święcki
   3. Dr Jan A. Gaj
5. Przewiduje się następujące nagrody:
   2 mikroskopy
   rzutnik do slide'ów
   5 zestawów „Młodego chemika"

Czytelnicy, którzy nadeślą najlepsze kryształy każdej z trzech substancji, zostaną dodatkowo wyróżnieni (o ile nie zdobędą wymienionych nagród) niezależnie od tego, jakie będą ich pozostałe kryształy.
Jeszcze jedna istotna uwaga: należy bardzo starannie opakować przesyłane kryształy zabezpieczając je przed wpływem wstrząsów (watą) i wilgoci (np. torebką z folii).
Życzę powodzenia!

Rozwiązanie zadania M 106

Zachodzą równości:

$$\operatorname{ctg}\frac{1}{4}\alpha-\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\frac{1}{4}\alpha}{\sin\frac{1}{4}\alpha}-\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=$$

$$=\frac{\cos\frac{1}{4}\alpha\sin\alpha-\cos\alpha\sin\frac{1}{4}\alpha}{\sin\frac{1}{4}\alpha\sin\alpha}=$$

$$=\frac{\sin\left(\alpha-\frac{1}{4}\alpha\right)}{\sin\frac{1}{4}\alpha\sin\alpha}=\frac{\sin 3\cdot\frac{1}{4}\alpha}{\sin\frac{1}{4}\alpha\sin\alpha}=$$

$$=\frac{\sin\frac{1}{4}\alpha\left(3\cos^2\frac{1}{4}\alpha-\sin^2\frac{1}{4}\alpha\right)}{\sin\frac{1}{4}\alpha\sin\alpha}=$$

$$=\frac{\cos^2\frac{1}{4}\alpha+\sin^2\frac{1}{4}\alpha+2\left(\cos^2\frac{1}{4}\alpha-\sin^2\frac{1}{4}\alpha\right)}{\sin\alpha}=$$

$$=\frac{1+2\cos\frac{1}{2}\alpha}{\sin\alpha}=\frac{1}{\sin\alpha}+\frac{2\cos\frac{1}{2}\alpha}{2\sin\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\alpha}=$$

$$=\frac{1}{\sin\alpha}+\frac{1}{\sin\frac{1}{2}\alpha}.$$

Ponieważ dla $\alpha\in(0,\pi)$ jest $\frac{1}{\sin\alpha}\geqslant 1$, $\frac{1}{\sin\frac{1}{2}\alpha}\geqslant 1$ i $\sin\alpha\neq\sin\frac{1}{2}\alpha$ (dlaczego?), więc nie mogą w obydwu nierównościach wystąpić dla tej samej liczby α znaki równości, zatem $\frac{1}{\sin\alpha}+\frac{1}{\sin\frac{1}{2}\alpha}>2$, co kończy żądany dowód.