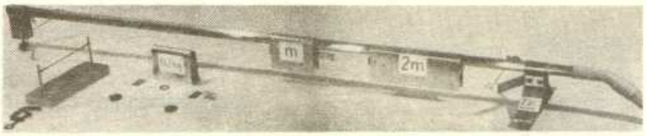
Laboratorium w domu



Mgr Krzysztof TABASZEWSKI

Ruch bez tarcia

Proponujemy Wam wykonanie kilku doświadczeń w warunkach, w których tarcie jest tak małe, że praktycznie można je zaniedbać. Należy zaopatrzyć się po prostu w tor powietrzny. Co to jest? Słyszeliście pewnie o poduszkowcach, poruszających się tuż nad lądem czy wodą na poduszce sprężonego powietrza. Na tej samej zasadzie działa tor powietrzny. Skąd go wziąć? Najlepiej zbudować samemu. A więc

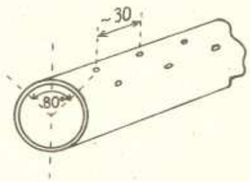
Budujemy tor powietrzny.

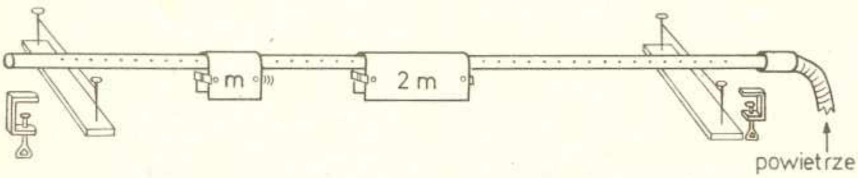
Może być taki jak na zdjęciu — wypróbowano go wielokrotnie. Może zmodyfikujecie konstrukcję, ale wtedy trzeba się liczyć z możliwymi niepowodzeniami. A więc do dzieła.

Materiały jakie musimy zgromadzić, to:

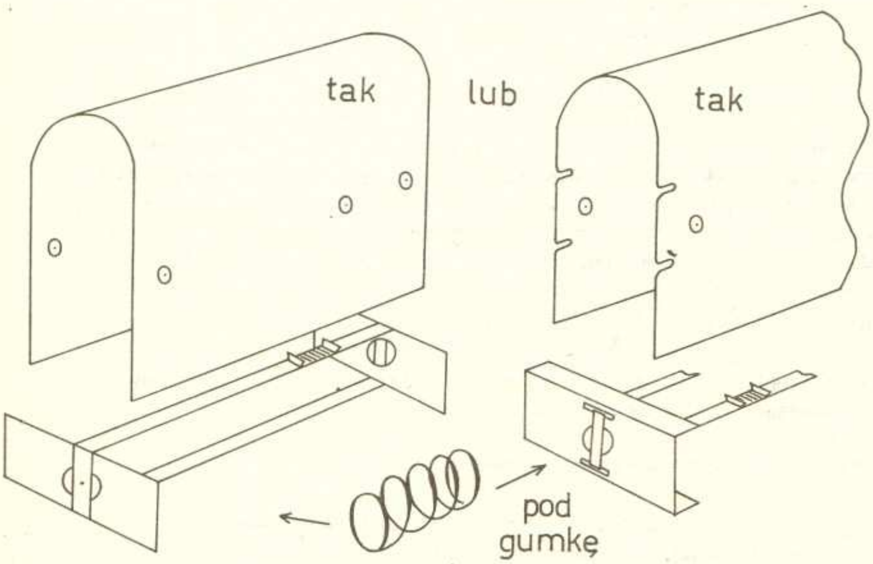
1. rura duraluminiowa o średnicy 30–40 mm, grubości ścianki 1–2 mm i długości 1,5–2 m (możecie wypróbować inny materiał),
2. korek o wewnętrznej średnicy rury,
3. miękka blacha aluminiowa o grubości 2 mm,
4. gumki recepturki,
5. guma modelarska 1 mm × 1 mm lub 1 mm × 4 mm,
6. dwie deseczki o długości około 30 cm,
7. cztery gwoździe o długości kilkunastu cm,
8. drut stalowy o średnicy 0,7–0,9 mm lub spiralne sprężynki wykonane z podobnego drutu o długości kilku cm i średnicy ok. 2 cm.

Narzędzia i przyrządy:
1. piłka do metalu,
2. wiertarka (wiertła 1 mm i 5 mm),
3. papier ścierny do metalu,
4. odkurzacz dowolnego typu.





W rurze nawiercamy 160–180 otworów o średnicy 1,1–0,9 mm.
Otwory rozmieszczamy w trzech rzędach oddalonych od siebie tak, aby patrząc na rurę od góry było widać 4 pasy równej szerokości (kąt między skrajnymi rzędami otworów ok. 75–80°). Odległość między otworami w rzędzie – 3 cm. Otwory rzędów bocznych przesunięte względem rzędu środkowego o 1,5 cm.
Po nawierceniu otworów, za pomocą pręta i papieru ściernego czyścimy rurę od wewnątrz. Rurę możemy umocować za pomocą statywów szkolnych, możemy wykonać odpowiednie nóżki np. takie jak na fotografii, możemy tor położyć na klockach. Jeden koniec rury zamykamy korkiem, do drugiego dołączamy odkurzacz (najlepiej bez worka) tak, aby powietrze było tłoczone. Po torze poruszają się wózki w kształcie odwróconej litery U wygięte z paska miękkiej blachy aluminiowej. Wysokość wózka 125–140 mm, długość 140–160 mm w zależności od średnicy rury użytej do budowy toru. Wózek o masie podwojonej ma dwa razy większą długość. Jeżeli chcemy aby wózek wielokrotnie przebył długość toru (w modelu na fot. ok. 80 razy) musi odbijać się sprężyście od jego końców



Zderzaki w najprostszej wersji, to napięta guma modelarska między dwoma gwoździami wbitymi w deseczkę. Deseczkę obciążamy lub przykręcamy imadłem do stołu. Gumę rozpinamy na takiej wysokości, aby wózek uderzał w nią na wysokości swojego środka ciężkości tzn. 2–3 cm pod rurą toru.
Możemy już badać ruch zmienny, jednostajny oraz przemiany energii. Najpiękniejsze są jednak zderzenia!
Zderzakami wózków będą spiralne sprężynki. Do ich zamocowania wycinamy dwie blaszki o szerokości nieco większej niż średnica posiadanej sprężynki (np. 25–30 mm) i długości większej o ok. 1 cm od grubości wózka (40–50 mm). Blaszki mocujemy do wózka tuż pod rurą za pomocą gumki recepturki. Pod gumkę wsuwamy koniec spiralnej sprężynki. Do badania zderzeń dwu mas wystarczy jedna sprężynka, drugi wózek zaopatrujemy tylko w blaszki.

Kilka praktycznych rad

Jeżeli będziecie chcieli skonstruować inny tor, pamiętajcie, że zmniejszając liczbę otworów i ich powierzchnię, powiększamy ciśnienie powietrza (w naszym torze przy jednym końcu rury 35 cm słupa wody, przy drugim końcu nieco inne, dlaczego?), rośnie nośność toru, maleje wysokość poduszki. Zbyt duże ciśnienie może jednak przeciążyć odkurzacz.
Rura o większej średnicy zapewni większą nośność. Wózki z grubszej blachy o większej masie będą miały większą energię kinetyczną — dłużej będzie trwał ich ruch po torze. Blachę na wózki wycinajcie piłką do metalu (nożyce zniekształcą brzegi wózka). Na rurę połóżcie kawałek papieru ściernego i dotrzyjcie wewnętrzną powierzchnię wózka. Wykonajcie specjalny rozgałęźnik (2 gniazda na desce), aby można było w szereg z odkurzaczem włączyć kuchenkę elektryczną o mocy 600–800 W, odkurzacz będzie ciszej pracował, wózek będzie lepiej poruszał się przy małych prędkościach. Rurę i blachę aluminiową kupicie w sklepie z materiałami dla majsterkowiczów.

Pora na doświadczenia

1. WYZNACZANIE OPORÓW RUCHU

Umieszczamy tor dokładnie poziomo, włączamy odkurzacz. Ustawiamy wózek i lekkim uderzeniem nadajemy mu ruch postępowy. Wózek powinien przebyć kilkadziesiąt razy drogę tam i z powrotem po torze. Straty energii są minimalne i następują na skutek zderzeń z odbojnikami oraz oporów powietrza. Można ocenić, które straty są mniejsze wykonując dwie serie pomiarów przy tej samej prędkości początkowej wózka (jak to zapewnić?) skracając przy drugiej serii pomiarów długość toru. Spróbujcie wyznaczyć ilościowo współczynnik tarcia.

2. BADANIE ZDERZEŃ SPRĘŻYSTYCH

Tor ustawiony poziomo. Umieszczamy na nim dwa wózki o tej samej masie, z których jeden ma odbojnik sprężynowy. Jeden wózek umieszczamy nieruchomo na środku toru. Drugiemu nadajemy nieznaczną prędkość, łatwą do wyznaczenia przez pomiar drogi i czasu Obserwujemy zderzenie i prędkość wózków po zderzeniu. Czy wynik jest zgodny z obliczeniami? Powtarzamy doświadczenie przy nierównych masach wózków.

3. ZASADA ZACHOWANIA PĘDU

Dwa wózki o znanych masach związujemy nitką tak, aby dzieląca je sprężyna była ściśnięta. Wózki są początkowo nieruchome, a więc pęd układu równa się zeru. Przepalamy nitkę — wózki rozjeżdżają się w przeciwne strony. Czy pęd układu pozostanie równy zero? Sprawdźcie.
4. Nachylamy nieznacznie tor pod kątem do poziomu, tak aby składowa przyspieszenia ziemskiego równoległa do toru była bardzo mała. Pozwoli to na dokładne pomiary ruchu jednostajnie przyspieszonego.

A co jeszcze?

Zaproponujcie inne doświadczenia. Najciekawsze doświadczenia wraz z nadesłanym zdjęciem toru opublikujemy.
Model toru został wykonany w Zakładzie Dydaktyki Fizyki U.W. Wdrożeniem jego do produkcji zajmuje się Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Pomocy Szkolnych. Pierwsze egzemplarze produkowane seryjnie dotrą do szkół prawdopodobnie dopiero w 1978 roku.

Rozwiązanie zadania M 104. Dla $n = 1$ mamy równanie

$$\cos x - \sin x = 1,$$

czyli $\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$,

$$\cos\frac{\pi}{4}\cos x - \sin\frac{\pi}{4}\sin x = \cos\frac{\pi}{4},$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \cos\frac{\pi}{4},$$

skąd $\frac{\pi}{4} + x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ lub $\frac{\pi}{4} + x + \frac{\pi}{4} = 2l\pi$ (k, l — liczby całkowite), a więc $x = 2k\pi$ lub $x = (4l-1)\frac{\pi}{2}$.

Dla $n = 2$ mamy równanie

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 1$$

czyli $\cos 2x = 1$,
skąd $2x = 2m\pi$, $x = m\pi$ (m — liczba całkowita).
Niech teraz $n > 2$. Dane równanie można napisać w postaci

$$\cos^n x - \sin^n x = \cos^2 x + \sin^2 x$$

czyli $\cos^2 x(1 - \cos^{n-2} x) + \sin^2 x(\sin^{n-2} x + 1) = 0$.

Obydwa składniki występujące po lewej stronie ostatniego równania są nieujemne, więc ich suma jest równa zeru wtedy, i tylko wtedy, gdy obydwa są równe zeru:

$$\cos^2 x(1 - \cos^{n-2} x) = 0,$$
$$\sin^2 x(\sin^{n-2} x + 1) = 0.$$

Układ ten jest równoważny alternatywie układów

A) $\cos x = 0$, $\sin x = 0$; B) $\cos^{n-2} x = 1$, $\sin^{n-2} x = -1$;

C) $\cos x = 0$, $\sin^{n-2} x = -1$; D) $\cos^{n-2} x = 1$, $\sin x = 0$.

Układy A) i B) są, wobec tożsamości $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, sprzeczne. Układ C) jest rozwiązalny tylko dla nieparzystych n i wówczas spełniają go liczby $x = (4m+3)\frac{\pi}{2}$.

Układ D) jest z kolei równoważny układowi

D$_1$) $\cos x = 1$, $\sin x = 0$;

lub, przy parzystym n, alternatywie D$_1$) i układu

D$_2$) $\cos x = -1$, $\sin x = 0$.

Układ D$_1$) ma rozwiązanie $x = 2p\pi$, układ D$_2$) zaś $x = (2r+1)\pi$. Dane równanie przy $n > 3$ jest więc spełnione
a) dla n parzystych przez $x = s\pi$
b) dla n nieparzystych przez $x = 2p\pi$ lub $x = (4m+3)\frac{\pi}{2}$.