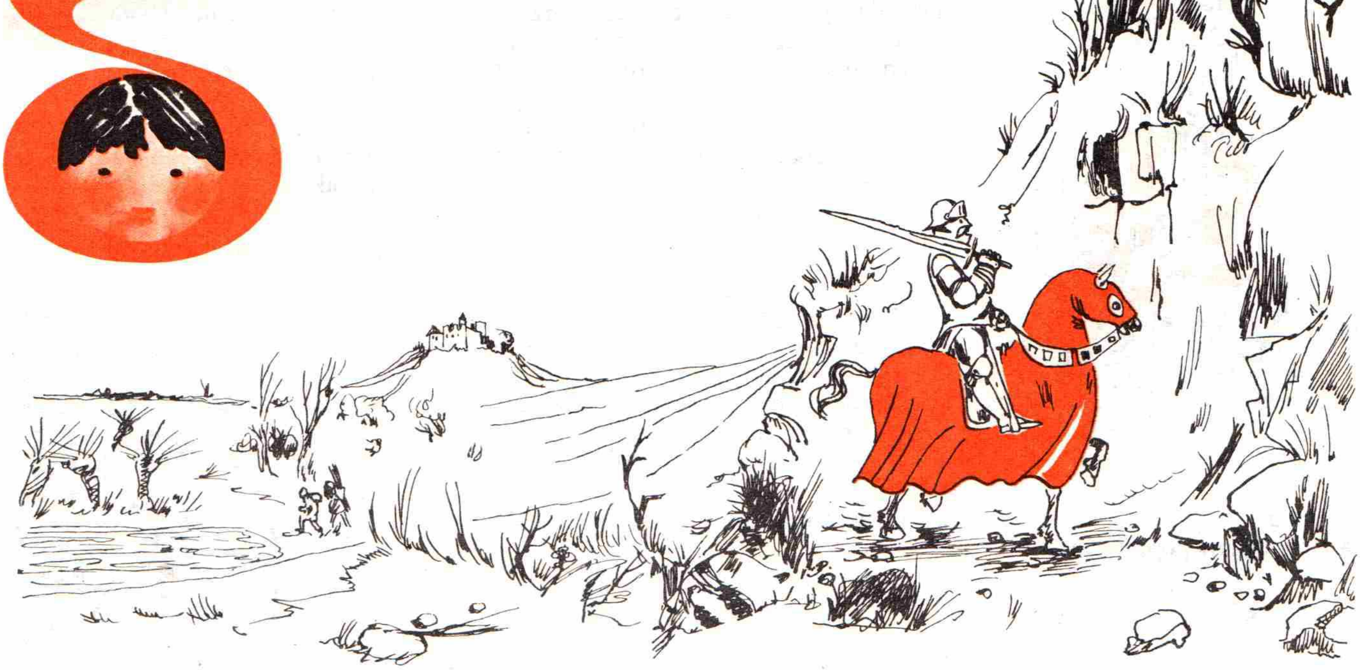
mała delta



Sprawiedliwa — czy niesprawiedliwa

Rzucamy monetą. Jeśli wypadnie orzeł — wygrywam ja, jeśli reszka — wygrywa mój przeciwnik. Czy jest to gra sprawiedliwa? Uważam, że tak. A oto inna gra. Rzucamy kostką do gry. Jeśli wypadnie szóstka — wygrywa mój przeciwnik, jeśli co innego — wygrywam ja. W moim odczuciu ta gra jest niesprawiedliwa, niekorzystna dla mojego przeciwnika. Czy zgadzacie się ze mną? Jeśli tak, to w porządku, rozumiemy się doskonale.

Zaproponuję teraz inną grę. Rzucamy monetą wielokrotnie — aż do momentu, kiedy w kolejnych trzech rzutach wypadną trzy orły albo trzy reszki. W tym pierwszym wypadku wygrywam ja, w drugim mój przeciwnik. Zasady gry proste, choć na rozstrzygnięcie trzeba czasem czekać dość długo. Oto przykład rozgrywki rozstrzygniętej dopiero po dwunastu rzutach.

OROORRORORRR — wygrał mój przeciwnik.

Czy jest to gra sprawiedliwa? Niewątpliwie tak. Spróbujmy jednak zmienić nieco jej przepisy. Ja będę czekał na taki ciąg kolejnych wyników: orzeł, reszka, reszka; mój przeciwnik natomiast wyczekuje rezultatu: reszka, reszka, orzeł. Rzucamy aż do skutku.

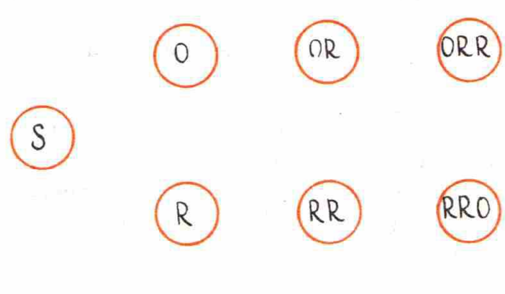
Gra bardzo podobna do poprzedniej — radziłbym jednak dobrze się zastanowić nim odpowiecie na pytanie, czy jest ona sprawiedliwa. A najlepiej wykonajcie eksperyment. Poszukajcie sobie cierpliwego partnera i rozegrajcie 40 partii, ostatecznie można grać nawet z samym sobą. Jeśli około 30 z nich przyniesie wygraną graczowi, który obstawił wynik ORR — to — uchylę Wam rąbka tajemnicy — nie będzie to przypadkiem. W tej grze szanse nie są równe. Spróbujmy jednak wydedukować, dlaczego.

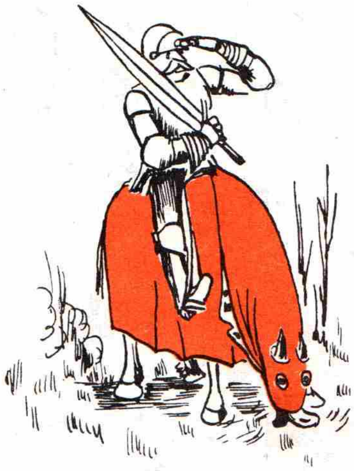
Dla porównania szans obydwu graczy przywołamy na pomoc interesującą i bardzo skuteczną metodę — przełożywszy reguły naszej gry na język *grafów*. Sądzę, że potrafię wyjaśnić Wam, o co chodzi.

Wypiszmy kolejne rezultaty po drodze do sukcesu jednego z graczy:

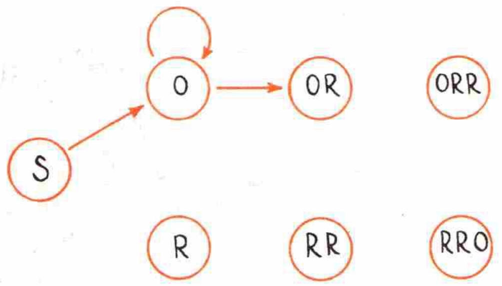
O, OR, ORR

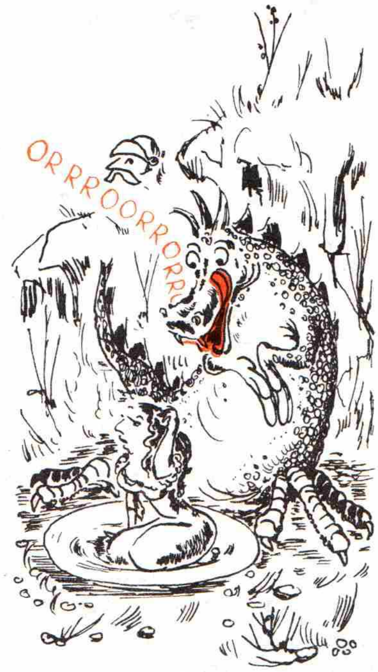
i drugiego: R, RR, RRO. Dorzućmy do tego sytuację przed wykonaniem pierwszego rzutu i oznaczmy ją literą S — jak start. Otrzymamy w ten sposób 7 stanów: O, OR, ORR, R, RR, RRO, S. Teraz będziemy rysować między nimi strzałki.



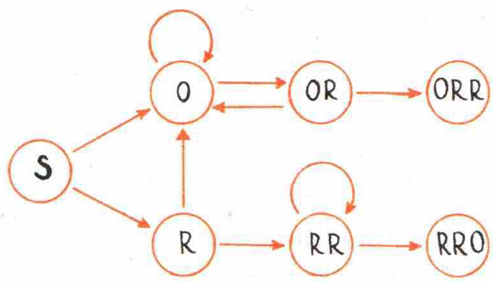


Zacznijmy od pierwszego wypisanego stanu, O. Wczujmy się dobrze w sytuację i wyobraźmy sobie, że gra dopiero się rozpoczęła, rzuciliśmy monetą raz i wypadł orzeł. Co się może zdarzyć dalej? W drugim z kolei rzucie wypadnie orzeł lub reszka. Jeśli reszka, przejdziemy ze stanu O do stanu OR, natomiast jeśli wypadnie orzeł — przechodzimy do stanu OO. Takiego stanu wprawdzie brak na naszej liście, ale też wcale nie jest on nam potrzebny. Z punktu widzenia dalszej rozgrywki sytuacja OO jest dokładnie taka sama jak sytuacja O.
Dlatego narysujemy takie dwie strzałki: pierwszą od stanu O do stanu OR i drugą od stanu O do ... tego samego stanu O. Na rysunku, który zaczyna przekształcać się w graf, wyglądać to będzie tak:

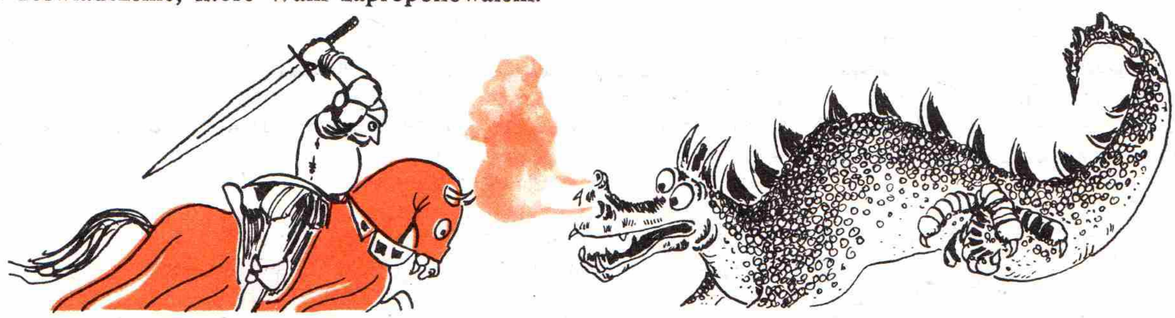




A cały graf przybierze ostatecznie taką postać (sprawdźcie, czy wszystkie strzałki są narysowane poprawnie):



Mając do pomocy graf nietrudno zorientować się w szansach obydwu graczy. Okazuje się, że wynik gry jest przesądzony po drugim, jeśli już nie po pierwszym rzucie. Dojść po strzałkach do stanu RRO, co odpowiada wygranej drugiego gracza, można tylko wtedy, jeśli zarówno w pierwszym, jak i w drugim rzucie wypadnie reszka. Inne możliwości a konkretnie: OO, OR i RO nieuchronnie prowadzą do stanu ORR, a więc do wygranej gracza pierwszego. Można się więc domyślać, że szanse graczy będą w stosunku 3:1 na korzyść pierwszego z nich. Że tak jest w rzeczywistości — przekonajcie się przeprowadzając doświadczenie, które Wam zaproponowałem.



A na zakończenie mam dla Was kilka zadań. Pomęczcie się nad nimi trochę oczekując na ukazanie się następnego numeru Małej Delty. Zdradzę wam tajemnicę, że znajdziecie tam opis Probabilistycznego Abaku, czyli maszynki do rozwiązywania różnych ciekawych zadań z rachunku prawdopodobieństwa.

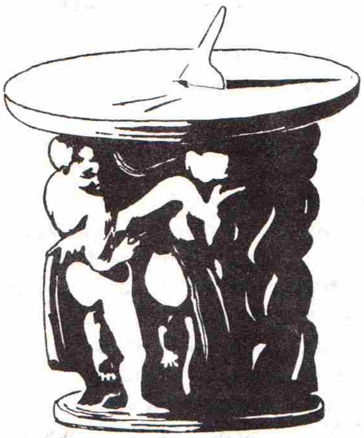
Zadanie 1. Narysujcie odpowiedni graf i porównajcie szanse graczy w takiej grze. Jeden z graczy obstawia wynik ROO, drugi RRO. Tak jak w poprzedniej grze rzuca się monetą aż do skutku.

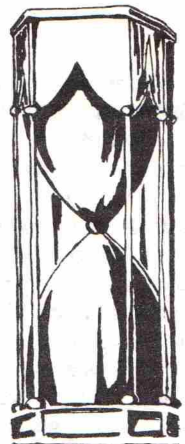
Zadanie 2. Jeden z graczy wybiera dowolny ciąg trzech kolejnych wyników rzutu monetą. Drugi z graczy wybiera dowolny inny. Tak jak poprzednio rzuca się monetą aż do skutku. Czy wolelibyście wybierać wynik jako pierwsi, czy jako drudzy?

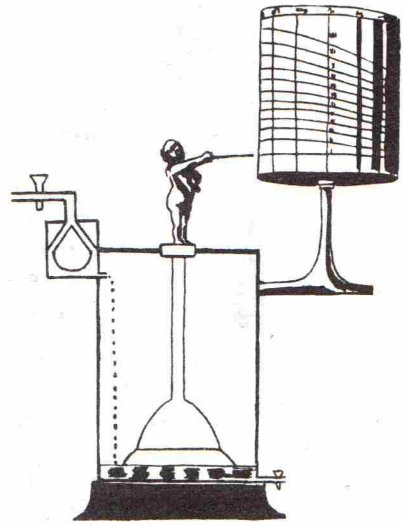
Zadanie 3. Spróbujcie narysować graf i porównać szanse graczy w takiej grze: rzucamy kostką do gry dopóty, dopóki nie wypadnie parzysta liczba oczek lub 1 i 3 obojętnie w jakiej kolejności i niekoniecznie pod rząd. W pierwszym przypadku (wyrzucenie liczby parzystej przed 1 i 3) wygrywa gracz pierwszy, w innym wypadku, gracz drugi. Dla uniknięcia nieporozumień podam dwa przykłady rozgrywek:
1, 1, 5, 4 — wygrał gracz pierwszy
3, 5, 3, 1 — wygrał gracz drugi

Co się może zdarzyć w mgnieniu oka

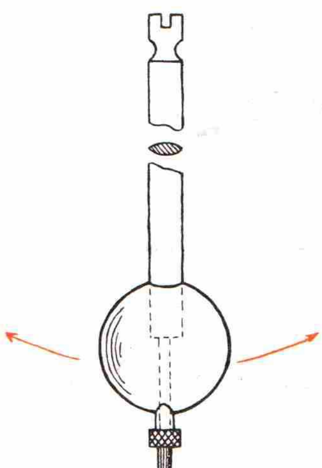
Czy „mgnienie oka" trwa długo, czy krótko? — To zależy dla kogo! Dla człowieka jest to najkrótsza chwila, jaką potrafi on sobie uzmysłowić. Dla naszego oka trwa to tak krótko, że nawet nie dostrzega ono chwilowego przesłonięcia pola widzenia. Nie możemy jednak do wszystkiego przykładać naszej ludzkiej miarki. Dokładne pomiary wykazały, że mgnienie oka trwa 2/5 sekundy. W tym czasie lecąca mucha wykonuje ponad 100 ruchów skrzydełkami. Sprinter przebiega w mgnieniu oka około 4 metrów, samolot przebywa drogę 100 metrów, a światło aż 120 000 km.
W życiu codziennym nie interesujemy się tak szybkimi ruchami, nie potrzebujemy więc bardzo dokładnych zegarów.

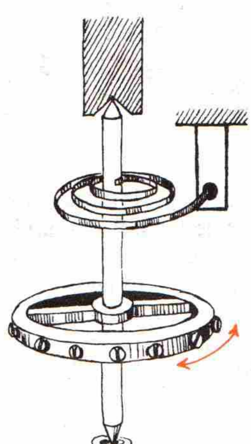


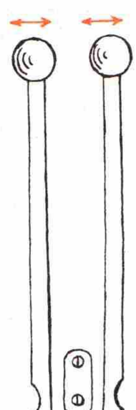


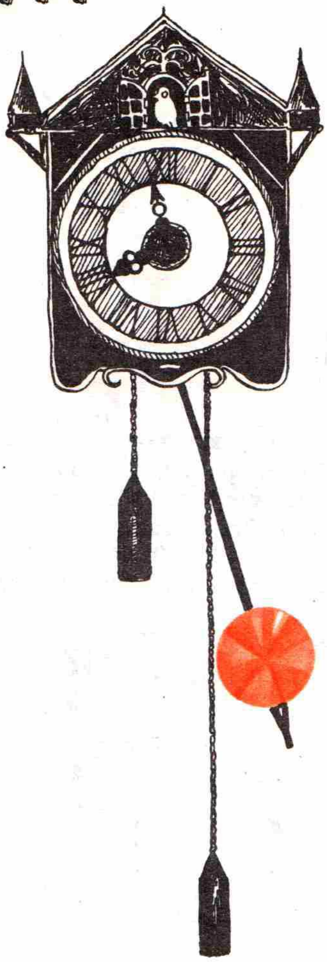


Dawniej ludzie przy ocenie czasu kierowali się ruchem dziennym Słońca i to im całkowicie wystarczało. Na starych zegarach, pochodzących sprzed wieku XVIII nie ma wcale wskazówki minutowej. Wskazówka sekundowa pojawiła się dopiero pod koniec XIX wieku, ale na co dzień nawet dzisiaj nie jest nam ona potrzebna. Nie oznacza to jednak, że nigdy nie korzystamy z dokładniejszych zegarów. Chcąc badać procesy przebiegające bardzo szybko, musimy umieć mierzyć czas z bardzo dużą dokładnością.
Na czym polega działanie większości zegarów?
Na ogół w zegarach wykorzystuje się regularnie powtarzający się ruch jakiegoś ciała, tzw. ruch okresowy. Przykładem takiego ruchu są wahania małego ciężarka zawieszonego na nitce.



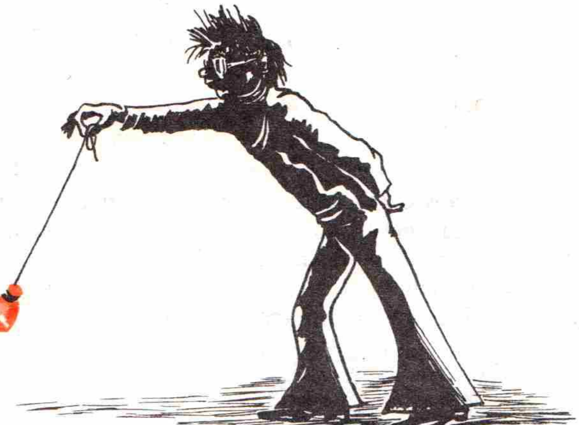






Zrób sam wahadło sekundowe

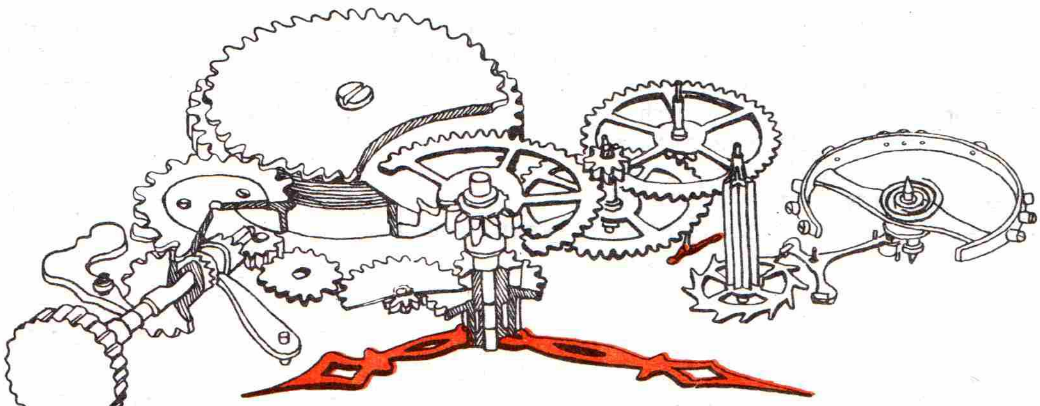
Weź mały ciężarek, np. stalową nakrętkę na śrubę i przywiąż ciężarek do końca mocnej nitki. Trzymając drugi koniec nitki w ręce, wpraw ciężarek w ruch wahadłowy o niedużych wychyleniach. Uważaj, żeby ani ciężarek, ani nitka niczego nie dotykały. Czas potrzebny na to, by ciężarek przebył drogę od jednego położenia krańcowego do drugiego i z powrotem, nazywa się okresem wahań wahadła. Czas ten zależy od długości nitki. Im dłuższa nitka, tym dłuższy okres wahań.



Możesz tak dobrać długość nitki, by okres wahań wyniósł dwie sekundy. Ruch w jedną stronę trwa wtedy, oczywiście, jedną sekundę. Takie wahadło nazywa się „sekundowym".
Możesz skorzystać z podanej na marginesie zależności między długością nitki l, a okresem wahań, T.
Jeśli wolisz, wyznacz długość wahadła sekundowego doświadczalnie. Trzeba wypróbować wahadła o różnej długości, np. wydłużać nić po 5 cm począwszy od 80 cm. Za każdym razem mierz czas trzydziestu pełnych wahań tam i z powrotem. Jeśli wyniesie on 60 sekund, to będzie oznaczało, że udało ci się skonstruować wahadło sekundowe. Powinieneś otrzymać takie wahadło długości około metra. Wystarczy teraz liczyć wahania, żeby wiedzieć z dokładnością do sekundy, ile czasu upłynęło od chwili wprawienia w ruch twojego zegara. Oczywiście, w prawdziwym zegarze jest mechanizm, który „liczy" wahania i tłumaczy liczbę wahań na godziny, minuty i sekundy.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

$$g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}.$$



Można łatwo zwiększyć dokładność zegara, jeśli skorzysta się z wahadła o mniejszym okresie wahań. W najdokładniejszych zegarach, tzw. atomowych, nie ma wahającego się ciężarka. Jego rolę odgrywają drgania elektromagnetyczne w atomach. Dokładniejszy opis działania zegarów atomowych znajdziesz w Delcie 2/1975. Zegary atomowe mogą mierzyć czas z dokładnością do miliardowej części sekundy. Takie zegary mylą się nie więcej niż o jedną sekundę na kilkaset lat.

Małą Deltę opracowali: P. Nowicki i D. Ziemińska.