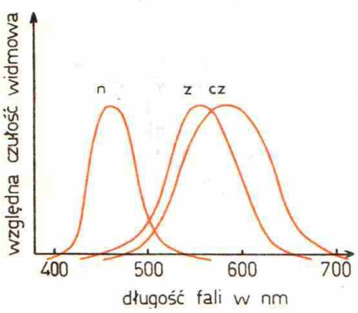
Dr Jan A. GAJ

OKO I BARWA

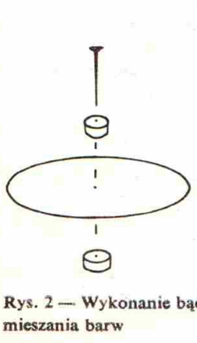
Każdy z nas miał z pewnością okazję przekonać się, że białe światło słoneczne można rozdzielić na wszystkie kolory tęczy. Ile ich jest? Najczęściej wymienia się sześć lub siedem; gdyby liczyć wszystkie odcienie — byłoby ich okropnie dużo. Naturalne jest pytanie, czy wszystkie te kolory są niezależne, czy też niektóre z nich można otrzymać mieszając inne w określonych proporcjach. Odpowiedź jest powszechnie znana: przez mieszanie można z trzech odpowiednio wybranych barw podstawowych otrzymać wszystkie inne. Zasadę tę wykorzystuje się w kolorowej fotografii, druku i telewizji. Można sobie wyobrazić jak strasznie te dziedziny techniki musiałyby być skomplikowane, gdyby nasze oczy nie dawały się tak oszukiwać. Żeby sobie uświadomić, dlaczego nie potrafimy odróżnić np. czystej widmowo barwy pomarańczowej od mieszaniny barw żółtej i czerwonej, musimy sobie przypomnieć



Rys. 1 — Rozkłady widmowe czułości trzech rodzajów receptorów barwnych oka (według Encyklopedii Fizyki)

JAK OKO ODBIERA BARWY?

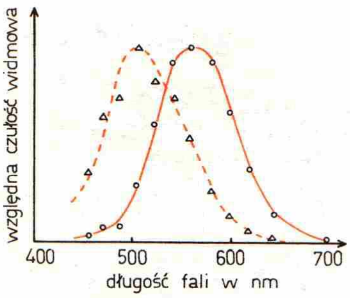
Przede wszystkim możliwe jest to tylko przy odpowiednio dużym natężeniu światła. Najczulsze receptory siatkówki oka — *pręciki* — nie rozróżniają bowiem barw. Przy silniejszym oświetleniu zaczynają działać *czopki.* Posiadają one trzy rodzaje odbiorników światła o różnych widmowych rozkładach czułości (rys. 1). Światło barwne wpadające do oka wytwarza więc w czopkach trzy sygnały. W zależności od barwy światła będą one pozostawać w różnych proporcjach. Widać teraz dlaczego człowiek nie jest w stanie przeprowadzić okiem pełnej analizy widmowej — otrzymuje trzy sygnały, a zbioru wszystkich możliwych trójek liczb (przestrzeni trójwymiarowej euklidesowej) nie można przekształcić homeomorficznie na zbiór wszystkich rozkładów widmowych. Już przy mieszaninie czterech składników nie dałoby się określić, ile każdego z nich składa się na określoną barwę — taką samą dla oka barwę można by realizować mieszając je w różnych proporcjach. Dla ścisłości należy dodać, że wbrew temu, co powiedziałem na wstępie, nie da się dobrać takich trzech barw podstawowych, które pozwalałyby na otrzymanie wszystkich możliwych barw — wynika to z nakładania się trzech krzywych z rys. 1. Do celów praktycznych trzy barwy podstawowe w zupełności jednak wystarczają. Ponieważ maksima czułości trzech rodzajów odbiorników wypadają dla światła niebieskiego, zielonego i czerwonego, rozsądne wydaje się przyjęcie tych trzech barw jako podstawowych. Jakie to daje wyniki? Spróbujmy sami, a przekonamy się. Na okładce (ostatnia strona) znajduje się szereg krążków podzielonych na sektory o barwach podstawowych (nr 1—5). Wycinając je i przekłuwając szpilkami można zrobić z nich małe bączki (rys 2). Kręcąc nimi możemy mieszać barwy namalowane na krążkach — zobaczycie co wyjdzie. O ile druk odda zadowalająco oryginalne kolory, piąty krążek da barwę zbliżoną do białej. Żebyście nie popadli w samozadowolenie — dwie zagadki: Myślicie, że krążek nr 6 z barwami żółtą i niebieską da zieloną? Zobaczcie co wyjdzie. Krążek nr 7 jest czarno-biały. Jeśli zakręcicie nim, to wpatrując się uważnie zobaczycie kolor na jednym z ciemniejszych pierścieni. Kręcąc w stronę przeciwną — zobaczycie kolor na drugim z nich. Uprzedzam, że nie wiem, skąd się te barwy biorą. Co do krążka nr 6 proponuję zainteresowanym zajrzeć do Encyklopedii Fizyki lub podręcznika Feynmana. Znajdą tam szereg ciekawych rzeczy o widzeniu barwnym, a wśród nich informacje potrzebne do rozwiązania tej zagadki. Poświęciliśmy tyle uwagi czopkom z siatkówki oka, że każdy spyta:



Rys. 2 — Wykonanie bączka do mieszania barw

A PRĘCIKI?

Przy silnym oświetleniu są nieczynne. Znajdujący się w nich barwnik — purpura wzrokowa — rozkłada się bowiem pod wpływem światła. Dopiero po jakimś czasie przebywania po ciemku barwnik się regeneruje — wzrok przyzwyczaja się do ciemności.



Rys. 3 — Rozkłady widmowe czułości widzenia (według Feynmana): a — dziennego (czopki), b — zmierzchowego (pręciki)

Proponuję Wam zbadanie własności pręcików w następujący sposób: Wytnijcie z okładki prostokąty o różnych kolorach i postarajcie się ułożyć je według jasności. Zapiszcie kolejność. Następnie połóżcie je na stole i zaciemnijcie pomieszczenie. Musi być tak ciemno, żebyście w pierwszej chwili **zupełnie nic** nie widzieli. Po pewnym czasie (15–30 min) zaczniecie rozróżniać kontury przedmiotów w pokoju. To pręciki zaczynają działać (jeżeli przedobrzyliście z zaciemnieniem i nic nie widać, musicie trochę je „zepsuć"). Teraz ułóżcie kolorowe prostokąciki według jasności i zapalcie światło. Na pewno będziecie zdziwieni: kolejność będzie się znacznie różnić. Wynika to stąd, że maksimum czułości widmowej pręcików jest przesunięte w stronę fal krótkich (kolor niebieski) w porównaniu z wypadkową czułością czopków (rys. 3). Czy potraficie powiedzieć dlaczego?

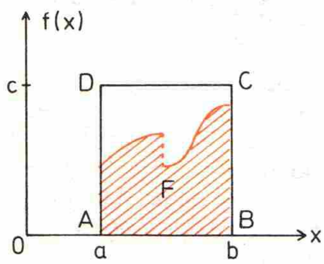
Metody Monte Carlo (IV)

Dr Ryszard ZIELIŃSKI

OBLICZANIE CAŁEK

Po zorientowaniu się, o co w ogóle chodzi w metodach Monte Carlo (odcinek I) i po zapoznaniu się z podstawami teoretycznymi tych metod (odcinek II), możemy przystąpić do ich bardziej dokładnego studiowania.
Olbrzymia większość metod Monte Carlo jest związana z obliczaniem całek. Różne zadania z fizyki, techniki, ekonomii itd. oraz różne zadania numeryczne (takie np. jak rozwiązywanie układów liniowych równań algebraicznych lub równań różniczkowych) można „zredagować" jako zadania obliczania odpowiednich całek. Zadania rozważane przez nas w odcinku I były również zadaniami tego typu. Zajmiemy się więc teraz bardziej systematycznie takimi zadaniami.
Rozpoczniemy od bardzo prostego zadania obliczenia całki

$$I = \int_a^b f(x)\,dx, \tag{1}$$



zakładając o funkcji f, że jest nieujemna i ograniczona z góry, np. przez liczbę c. Uważny Czytelnik zorientuje się w toku dalszego wykładu, że nieujemność funkcji potrzebna jest tylko dla łatwiejszego wysłowienia niektórych dalszych sformułowań. Poważniejszą rolę odgrywa założenie o ograniczności funkcji, ale obliczanie całek funkcji nieograniczonych wymaga specjalnych metod i nie będziemy się tym zajmowali.
Najprostsza (chociaż najmniej dokładna) metoda obliczania całki I związana jest z szacowaniem prawdopodobieństwa sukcesu w odpowiednio skonstruowanym ciągu prób Bernoulli'ego. Będziemy używali nazwy metoda „orzeł — reszka". A oto jej schemat.
W prostokątnym układzie współrzędnych wykreślamy funkcję f. Na rysunku obok zakreskowano tę część prostokąta $ABCD$, która leży pod wykresem funkcji f. Całkę I możemy interpretować jako pole powierzchni zakreskowanej figury. Figurę tę oznaczamy przez F.
Jeżeli na prostokąt $ABCD$ będziemy rzucali na chybił-trafił punkty i za sukces będziemy uważali zdarzenie polegające na tym, że punkt upadnie na figurę F, to prawdopodobieństwo sukcesu — oznaczymy je przez p — będzie równe stosunkowi pól figury F i prostokąta $ABCD$ (patrz artykuł o prawdopodobieństwach geometrycznych w Delcie 6/1975). Wtedy oczywiście całka I wyraża się wzorem

$$I = p \cdot \text{Pole}\,(ABCD), \tag{2}$$

Pole $(ABCD)$ jest oczywiście równe $(b-a)\cdot c$, więc dla oszacowania całki wystarczy oszacować prawdopodobieństwo p. Jest to bardzo łatwe zadanie rozważane przez nas już w poprzednich odcinkach: przypuśćmy, że na prostokąt $ABCD$ rzuciliśmy n punktów i że k spośród nich upadło na figurę F. Oszacowaniem prawdopodobieństwa p jest wtedy

$$\hat{p} = \frac{k}{n}, \tag{3}$$

a błąd tego oszacowania (patrz poprzednie odcinki) przyjmujemy $2\cdot\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n}$.
Oszacowaniem całki I jest oczywiście $\hat{I} = \hat{p}\cdot$ Pole $(ABCD)$, a błąd tego oszacowania wynosi $2\cdot$ Pole $(ABCD)\cdot\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n}$.
Dla praktycznego stosowania opisanej wyżej metody pozostaje nam nauczyć się jeszcze rzucania na chybił-trafił punktów na prostokąt $ABCD$. Najprościej sprawa przedstawia się wtedy, gdy $a = 0$ oraz $b = c = 1$. Wtedy oczywiście Pole $(ABCD) = 1$ i całka I jest równa po prostu prawdopodobieństwu sukcesu p. Przypuśćmy, że tak jest. Do rzucania punktów na kwadrat jednostkowy najlepiej jest użyć specjalnej „kostki" w kształcie bądź dwudziestościanu foremnego, który ma dwie ściany oznaczone cyfrą 0, dwie oznaczone cyfrą 1 itd., bądź w kształcie bączka wyciętego z prostopadłościanu o podstawie regularnego dziesięciokąta, którego boczne ściany oznaczone są kolejnymi cyframi 0, 1, 2, ..., 9.
Jeżeli np. decydujemy się na wykonywanie rachunków z dokładnością do czterech cyfr po przecinku, rzucamy osiem razy naszą kostką i zaobserwowane wyniki układamy w odpowiednie liczby. Np. po wyrzuceniu cyfr: 4, 6, 3, 0, 0, 5, 9, 2 układamy dwie liczby: $x = 0{,}4630$ oraz $y = 0{,}0592$.