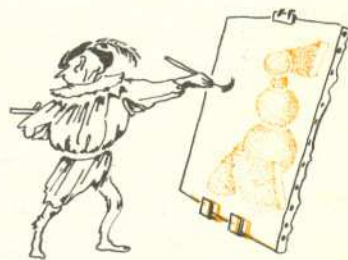


takich jak elektrony czy nukleony, jądra atomowe czy atomy, cząsteczki czy wreszcie makroskopowe bryłki materii.

Rzecz w tym, że w miarę jak przechodzimy tym szeregiem w tej kolejności, w której go tu przedstawiliśmy, przechodzimy — przy ustalonej prędkości obiektu — do coraz to mniejszych długości fal. Na przykład długość fali bryłki materii o masie jednego grama, poruszającej się z prędkością rzędu 1 cm/s, wynosi około  $10^{-16}$  cm! Tego więc rzędu są wielkości charakteryzujące na przykład rozmiary stożka ugięcia. W praktyce znaczy to, że obiekt taki porusza się po prostu po liniach prostych i jego własności falowe są dla nas zupełnie nieobserwowalne. Tym się tłumaczy fakt, że nie obserwujemy w skali makroskopowej zjawisk charakterystycznych dla cząstek falowych. Ponieważ zaś budowane przez nas modele, które mają mieć cechę naoczności, opierać się muszą z konieczności na naszym codziennym doświadczeniu zmysłowym, przeto ten zupełnie nowy rodzaj obiektu, którym są cząstki falowe, jest dla nas trudno, a może nawet zupełnie, niewyobrażalny.

Niech Ci więc, Czytelniku, pozostanie ta pociecha, że gdybyś był elektronem, nie miałbyś żadnych trudności z wyobrażeniem sobie cząstki falowej. Ale ponieważ jesteś — w tym wypadku na nieszczęście — tworem makroskopowym o całkiem sporej masie, musisz się zadowolić świadomością, że istnieje spójna logicznie teoria, mechanika kwantowa, w której równaniach ukryte są zarówno fale, jak i cząstki a właściwie ani fale, ani cząstki, lecz właśnie cząstki falowe. Zachowanie się tych cząstek nie stanowi więc tajemnicy dla naszego rozumienia świata, choć istnieją przeszkody, aby sobie to zachowanie się wyobrazić.



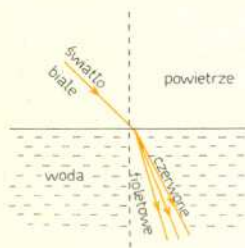
## Podstawy teorii tęczy

Dr Zbigniew PŁOCHOCKI

Oprócz tęczy barwnych można czasem też zobaczyć tęczę białą. Powstaje ona w sprzyjających warunkach we mgle. Warunkujące ją mechanizmy są nieco odmienne od czynników powodujących powstawanie tęczy barwnych.

Fizyczne mechanizmy warunkujące powstawanie tęczy są dość złożone. Nie na tyle jednak, by nawet laik nie mógł pokusić się o dokładniejszą analizę zjawiska.

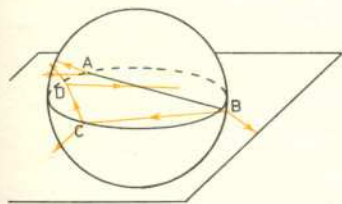
Z faktu, że tęcza jest zjawiskiem barwnym, wynika, iż musi być ona konsekwencją rozszczepienia światła słonecznego (białego) na składowe barwne wskutek bądź załamania tegoż światła w kroplach wody (rys. 1), bądź dyfrakcji fal świetlnych na kroplach wody i interferencji wiązek ugiętych. W dokładnej teorii tęczy trzeba uwzględnić obydwa czynniki. Dominujący jest jednak pierwszy. Krople deszczu są zwykle zbyt duże i zbyt od siebie odległe, by dyfrakcja światła na kroplach mogła odgrywać istotną rolę. Dyfrakcja i interferencja światła to mechanizmy niejako dodatkowe, zniekształcające obraz tęczy w widoczny sposób jedynie w dość szczególnych warunkach. Ograniczymy się tu zatem jedynie do omówienia załamania światła w kroplach wody. Tęczę widzimy stojąc tyłem do Słońca. Jej obraz tworzą więc promienie, które w wyniku odbić i załamania w kroplach wody zwracają w kierunku Słońca. Na każdą kroplę pada wiązka w przybliżeniu równoległych promieni świetlnych. Rozważmy jeden z nich. Założymy na początek, że odpowiada mu jedna określona długość fali (barwa widmowa). O kroplach deszczu zakładamy zaś, że mają kształt kuli (co dość dokładnie odpowiada prawdzie).



Rys. 1

Niech nasz wybrany promień jednobarwny pada na kulistą kroplę wody w punkcie *A* (rys. 2). Ulega on częściowemu odbiciu, częściowemu zaś załamaniu. Promień załamany biegnąc dalej przez kroplę pada na jej powierzchnię w punkcie *B*, gdzie znów częściowo odbija się, a częściowo załamuje. Sytuacja powtarza się w punktach *C*, *D* itd. Z kropli wybiegają więc promienie załamane w punktach *B*, *C*, *D*, ... Promienie odbite interesować nas nie będą, gdyż niejako krążą one wewnątrz kropli, ulegając systematycznie osłabianiu wskutek kolejnych odbić i załamania.

Najjaśniejszą tęczę, tzw. tęczę pierwszego rzędu, tworzą promienie, które uległy jednokrotnemu odbiciu wewnętrznemu, tzn. promienie załamane, wybiegające na przykład z punktu *C*. Znacznie słabszą, ale stosunkowo często dającą się zobaczyć tęczę drugiego rzędu, odwrotnym układzie barw niż tęcza pierwszego rzędu, tworzą promienie, które uległy w kropli dwukrotnemu odbiciu wewnętrznemu, np. promień wybiegający z punktu *D*. Bardzo rzadko udaje się zaobserwować jeszcze tęczę trzeciego rzędu, którą tworzą promienie wybiegające z kropli po trzykrotnym kolejnym odbiciu wewnętrznym. Tęczy czwartego rzędu nikt jeszcze nie widział. Naszą analizę ograniczymy do tęczy pierwszego rzędu. W podany poniżej sposób Czytelnik sam może pokusić



Rys. 2



się o teoretyczną analizę drugiego (a może i trzeciego) rzędu.

Na początek warto rozwiązać następujące pomocnicze

**Zadanie 1.** Udowodnić, że wszystkie promienie odbite i załamane w analizowanym zjawisku leżą wraz z promieniem padającym w jednej płaszczyźnie, która nadto jest płaszczyzną równikową kulistej kropli, czyli przechodzi przez środek kuli. Pozwoli nam to większość rozważań prowadzić na płaszczyźnie.

Kolejny problem to

**Zadanie 2.** Na kulistą kroplę o promieniu  $r$  pada w punkcie  $A$  promień świetlny pod danym kątem  $\alpha$  (rys. 2). Po odbiciu w punkcie  $B$  ulega on załamaniu w punkcie  $C$  i wybiega na zewnątrz. Obliczyć kąt  $\varepsilon$  między promieniem załamanym wybiegającym z punktu  $C$  i promieniem padającym (w punkcie  $A$ ). Współczynnik załamania światła dla wody względem powietrza jest dany i wynosi  $n \approx 4/3$ . Szkic rozwiązania przedstawia rys. 3. Wynik obliczeń jest następujący:

$$(1) \quad \varepsilon(\alpha) = 4\beta(\alpha) - 2\alpha,$$

gdzie, zgodnie z prawem załamania światła, kąt załamania  $\beta$  jest funkcją kąta padania  $\alpha$  określoną wzorem

$$(2) \quad \sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha$$

(dopóki rozważamy promień jednobarwny dopóty współczynnik załamania możemy traktować jako parametr o ustalonej wartości). Wykres funkcji  $\varepsilon(\alpha)$  przedstawia rys. 4 (przyjęto tu  $n = 4/3$ ). Czytelnikowi radzimy, by sam sporządził wykres tej funkcji. Pomoże Mu w tym

**Zadanie 3.** Wyznaczyć maksymalną wartość funkcji  $\varepsilon(\alpha)$  danej równaniem (1) i wartość kąta  $\alpha$ , dla której funkcja ta osiąga maksimum.

Rozwiązanie jest następujące:

$$(3) \quad \varepsilon_{\max} = 4\beta_{\max} - 2\alpha_{\max},$$

gdzie

$$\sin \alpha_{\max} = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}, \quad \sin \beta_{\max} = \frac{1}{n} \sin \alpha_{\max} = \sqrt{\frac{4-n^2}{3n^2}}.$$

Podstawiając  $n = \frac{4}{3}$  otrzymujemy  $\varepsilon_{\max} = 42^\circ$  dla kąta padania  $\alpha_{\max} \approx 60^\circ$ .

Drobiazgowy samodzielny Czytelnik zapewne z satysfakcją udowodni jeszcze, że minimalna wartość  $\varepsilon_{\min}$  funkcji  $\varepsilon(\alpha)$  dla  $\alpha < \alpha_{\max}$  wynosi 0, a dla  $\alpha > \alpha_{\max}$  wynosi  $\varepsilon_{\min} = 4 \arcsin \frac{1}{n} - 180^\circ \approx 14^\circ$ .

Z charakteru zależności kąta odchylenia  $\varepsilon$  od kąta padania  $\alpha$  wynikają w prosty sposób ciekawe wnioski. Wyobraźmy sobie mianowicie równoległą wiązkę promieni (wciąż jednobarwnych) padającą na kroplę (rys. 5). Po załamaniu, odbiciu wewnętrznym i powtórny załamaniu wybiegną z kropli promienie załamane w różnych kierunkach. Promienie padające pod kątem  $\alpha \leq \alpha_{\max} \approx 60^\circ$  będą po wyjściu z kropli „rozsiane” wewnątrz stożka o kącie rozwarcia  $2\varepsilon_{\max}$ , natomiast promienie padające pod kątem  $\alpha \geq \alpha_{\max}$  opuszczają kroplę między powierzchniami stożków o kątach rozwarcia odpowiednio  $2\varepsilon_{\max} \approx 2 \times 42^\circ$  i  $2\varepsilon_{\min} \approx 2 \times 14^\circ$ . Jeśli więc światło jednobarwne pada na zbiór kropli deszczu (to, że krople spadają nie ma tu żadnego znaczenia — dlaczego?), to do oka obserwatora stojącego tyłem do Słońca dotrze promieniowanie (cały czas mowa o promieniach wychodzących z kropli po jednokrotnym odbiciu wewnętrznym, np. przez punkt  $C$ ) tworzące obraz jasnej smugi na tle ciemnych chmur deszczowych. Jaki będzie kształt tej smugi? Sądźmy, że Czytelnik sam to zdoła obliczyć, rozwiązując poniższe zadania.

**Zadanie 4.** Wykazać, że w analizowanym zagadnieniu do oka obserwatora dotrą tylko te promienie (po wyjściu z punktów typu punktu  $C$ ), które padają na powierzchnię kropli w płaszczyźnie zawierającej prostą przechodzącą przez Słońce i punkt obserwacji.

**Zadanie 5.** Obserwator widzi smugę (o której mowa wyżej) w terenie płaskim. Wykazać, że stanowi ona wycinek koła o środku leżącym na przedłużeniu odcinka Słońce–obserwator. W jakiej płaszczyźnie leży smuga widziana przez obserwatora?

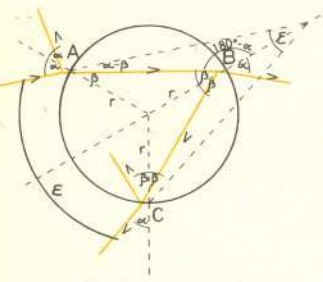
**Zadanie 6.** Znaleźć związek między kątową wysokością  $\chi_t$  najwyższego punktu smugi (o której mowa wyżej) nad horyzontem (w płaskim terenie) i kątową wysokością  $\chi_s$  Słońca (nad horyzontem).

Rozwiązanie jest następujące (rys. 6):

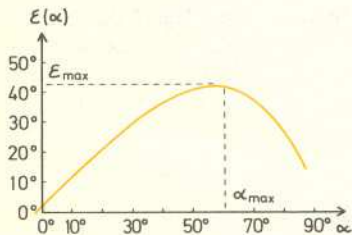
$$(4) \quad \chi_t + \chi_s = \varepsilon_{\max} \approx 42^\circ.$$

W płaskim terenie największą smugę widzimy więc wtedy, gdy Słońce właśnie zachodzi (lub wschodzi). Im bardziej wznosi się Słońce powyżej horyzontu, tym bardziej chowa się poniżej horyzontu nasza smuga. Gdy wreszcie kątowa wysokość Słońca powyżej horyzontu przekracza  $\varepsilon_{\max} \approx 42^\circ$ , smuga „chowa się” już poniżej linii horyzontu.

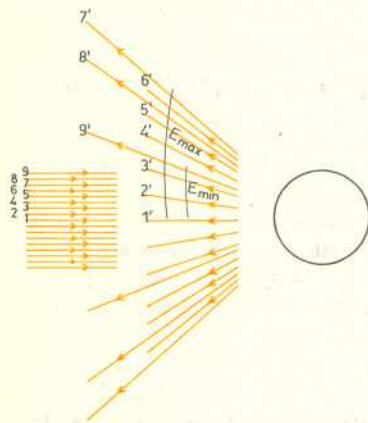
A jak będzie w terenie nierównym, kiedy obserwator może stanąć w dołku lub na górze? Czy istnieje taka góra, z której (przy spełnieniu innych warunków) można zobaczyć smugę przy



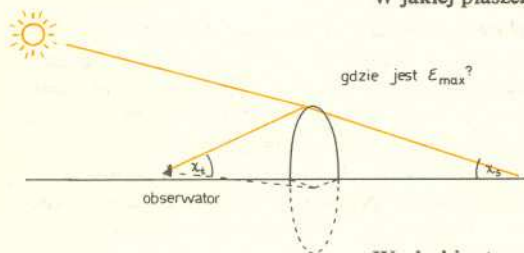
Rys. 3



Rys. 4

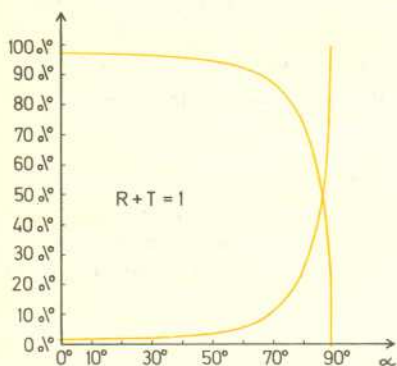


Rys. 5

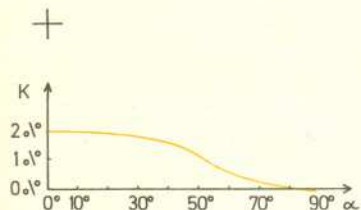


Rys. 6





Rys. 7



Rys. 8

Zależności  $R(\alpha)$  i  $T(\alpha)$  określają wzory Fresnela (dla światła niespolaryzowanego):

$$R = \frac{1}{2} \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} + \frac{\text{tg}^2(\alpha - \beta)}{\text{tg}^2(\alpha + \beta)}$$

$$T = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\beta \frac{1 + \cos^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta) \cos^2(\alpha - \beta)}$$

gdzie

$$\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha.$$

dowolnym położeniu Słońca? Czy istnieje taka góra, z której (w odpowiednich warunkach — jakich?) można zobaczyć naszą smugę w postaci pełnego koła? Te i inne problemy Czytelnik już sam zapewne zdola rozstrzygnąć.

Wiadomo z obserwacji, że tęcza to wstęga o kształcie wycinka okręgu, a nie — koła. Gdyby światło słoneczne było jednobarwne, to tęcza byłaby jednobarwnym wycinkiem okręgu. To właśnie należy teraz dowiedzieć. W tym celu powróćmy jeszcze do rys. 5. Aby nie komplikować rozważań, potraktujmy każdy promień jako wiązkę nieskończenie cienką (pomijamy więc tym samym skupiające i rozpraszające działanie naszej kropli — czy duży przez to popełniamy błąd?). Zakładamy, że promienie są jednobarwne. Każdy promień załamany ma mniejsze natężenie niż promień padający. Podział energii między promienie odbity i załamany zależy od wartości kąta padania. Stosunki natężeń promienia odbitego ( $R$ ) i promienia załamane do natężenia promienia padającego dla różnych wartości kąta padania przedstawia rys. 7 (przyjęto tu  $n = 4/3$ ).

**Zadanie 7.** Wyznaczyć stosunek  $K$  natężenia promienia wychodzącego z punktu  $C$  kropli (rys. 3) do natężenia promienia padającego na kroplę w punkcie  $A$ , jeśli dane są współczynniki odbicia  $R$  i transmisji  $T$  (ich definicje — zob. wyżej). Wynik jest następujący:  $K = T^2 R \cos^2 \alpha$ . Wartości liczbowe (przy założeniu  $n = 4/3$ ) tego współczynnika przedstawia orientacyjnie wykres na rys. 8. Jak widać, natężenie promieni wychodzących z punktu  $C$  kropli (rys. 2) nie przekracza 2% natężenia promieni padających w punkcie  $A$  na kroplę (rys. 3).

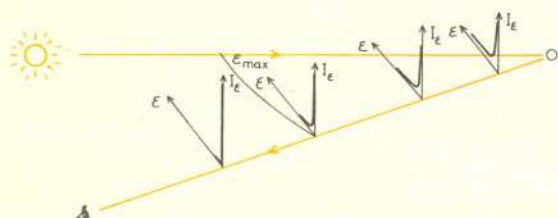
Możemy założyć, że natężenie światła słonecznego jest w każdym punkcie Ziemi jednakowe. Oznacza to, że promienie w wiązce światła słonecznego są równoległe, a więc że odległość kątowa między dwoma (dowolnymi) promieniami jest równa zero (rys. 5). Taka równoległa wiązka promieni po załamaniu na powierzchni kropli w punkcie  $A$  (rys. 3), odbiciu w punkcie  $B$  i załamaniu w punkcie  $C$  staje się wiązką rozbieżną (rys. 5). Oznacza to, że natężenie wybiegającego światła z punktów typu punktu  $C$  maleje tym silniej, im dalej od kropli znajduje się obserwator. Ponad 50-krotnie słabsze (od promieniowania słonecznego) promieniowanie wybiegające z punktu  $C$  ulega więc dalszemu osłabieniu w miarę, jak oddala się od kropli. Istnieje wszak jeden wyróżniony kierunek, w którym osłabienie to nie następuje. Znaleźć go łatwo, jeśli rozwiąże się następujące

**Zadanie 8.** Na powierzchnię kropli padają w punkcie  $A$  (zob. rys. 3) dwa równoległe promienie (rys. 5): jeden pod kątem  $\alpha$ , drugi pod kątem  $\alpha + d\alpha$ . Każdy z nich załamuje się, odbija, a następnie powtórnie załamuje się na powierzchni kropli i wybiega na zewnątrz; pierwszy promień odchyła się o kąt  $\epsilon$ , drugi — o kąt  $\epsilon + d\epsilon$ . Obliczyć odległość kątową między tymi dwoma promieniami wybiegającymi z kropli. Przy jakim kącie padania  $\alpha$  odległość ta jest najmniejsza i ile ta najmniejsza odległość wynosi?

Rozwiązanie (zob. wzór (1)) jest następujące:

$$(5) \quad d\epsilon = \frac{d\epsilon}{d\alpha} d\alpha,$$

skąd wynika, że  $d\epsilon = 0$  w kierunku określonym przez  $\epsilon_{\max} \simeq 42^\circ$ , czyli dla kąta padania  $\alpha_{\max} \simeq 60^\circ$  (zob. wzór (3)). Zatem wiązka równoległa padająca pod kątem  $\alpha_{\max}$  na kroplę w punkcie  $A$  (rys. 3) po wyjściu z punktu  $C$  kropli pozostaje wiązką równoległą! Dla wszystkich innych kątów padania wiązka wychodząca jest rozbieżna!



Rys. 9  $I_\epsilon$  — natężenie światła w kierunku określonym przez kąt  $\epsilon$ .

Im więc dalej znajduje się obserwator od kropli, tym węższą widzi smugę (rys. 9). W rzeczywistych warunkach obserwator jest zawsze wystarczająco daleko, by widział smugę praktycznie tylko w kierunku określonym przez  $\epsilon_{\max}$ !

Pora wreszcie rozważyć wpływ rozszczepienia światła. Efekt ten występuje przy załamaniu światła (rys. 1) i jest konsekwencją zależności prędkości światła w ośrodku (w naszym przypadku — w wodzie), a więc i współczynnika załamania, od długości fali. Wskutek tego światło fioletowe załamuje się silniej niż czerwone. W przypadku światła jednobarwnego kolistą i wąską wstęgę obserwator widzi w kierunku określonym przez maksymalny kąt odchylenia  $\epsilon_{\max}$ . Ale kąt  $\epsilon_{\max}$  zależy od wartości współczynnika załamania światła w wodzie (zob. wzór (3)). Innymi słowy, obserwator widzi smugi różnej barwy pod różnymi kątami! Ponieważ w świetle słonecznym są fale o długości przyjmującej wartości w całym przedziale widzialnym (od ok. 400 nm do ok. 750 nm), więc też tęcza zawierać będzie wszystkie barwy — na niebie powstaje wielobarwna smuga o czystych barwach widmowych.

Problem „jaka jest kolejność barw w tęczy?” pozostawiamy do rozstrzygnięcia Czytelnikowi (ambitny Czytelnik może spróbować odpowiedzieć na to samo pytanie również w przypadku tęczy II rzędu). Na zakończenie jeszcze dwa pytania;

1. Czy w powstawaniu tęczy może odegrać jakąś rolę zjawisko całkowitego odbicia wewnętrznego światła w kroplach wody?
2. Czy tęcza obserwowana ze stosunkowo bliskiej odległości (np. w strugach kropli fontanny) będzie miała barwy równie nasycone (tzn. nie rozjaśnione bielą) jak tęcza „deszczowa”?