



Rozwiązanie zadania F 21, pyt. a)
 Na rurę działają trzy siły (rys.): siła ciężkości \vec{P} , siła tarcia \vec{T} oraz siła reakcji \vec{N} . Jeśli oznaczmy: $\vec{F} = \vec{N} + \vec{P}$, to $F = P \sin \alpha$.
 Równanie ruchu środka masy rury ma postać
 (1) $ma = F - T$,

gdzie m i a — masa i przyspieszenie środka masy rury. Ponieważ rura także obraca się, więc potrzebne nam jest również równanie ruchu obrotowego rury. Ponieważ jedyny różny od zera moment siły względem środka masy ma siła \vec{T} , więc równanie to ma postać
 (2) $I\epsilon = TR$

gdzie ϵ — przyspieszenie kątowe rury (obrot przeciwny do ruchu wskazówek zegara uważamy za dodatni), $I = mL^2$ — moment bezwładności rury względem jej osi symetrii, R — promień rury.
 Układ równań (1)–(2) jest układem dwóch równań z trzema niewiadomymi. Konieczne jest więc jeszcze jedno równanie. Aby je uzyskać, rozważmy najpierw przypadek ruchu bez poślizgu. Warunek braku poślizgu oznacza, że punkty styku rury z równią ma prędkość równą zero, tzn. $v - R\omega = 0$, gdzie v — prędkość środka masy rury (względem równi), ω — prędkość kątowa rury. Z warunku tego wynika więc:
 (3) $a = R\epsilon$.

Rozwiązując układ (1)–(3) otrzymamy

$$T = \frac{1}{2} P \sin \alpha$$

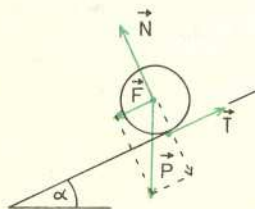
Uzyskany wzór na T jest słuszny dla $\alpha < \alpha_{\max}$. Jeśli $\alpha > \alpha_{\max}$, to następuje poślizg i wówczas

$$T = \mu P \cos \alpha$$

Ruch bez poślizgu przechodzi więc w ruch z poślizgiem przy α_{\max} określonym warunkiem

$$\mu \geq \tan \alpha_{\max}$$

Zwracamy uwagę, że α_{\max} nie zależy ani od masy, ani od promienia rury (czy tak będzie też w przypadku walca lub kuli?). Radzimy też sporządzić orientacyjny wykres zależności T/P , ma/P i $I\epsilon/(RP)$ od kąta α wykorzystując go do odpowiedzi na pytanie: jak w momencie przejścia ruchu rury bez poślizgu w ruch z poślizgiem zmieniają się: siła tarcia T , przyspieszenie środka masy rury i przyspieszenie kątowe rury? Dla nadania realności fizycznej temu pytaniu można rozważyć rurę stającą się (początkowo bez poślizgu) po równi pochyłej w postaci deski, której jeden koniec unosimy coraz wyżej, zwiększając tym samym kąt jej nachylenia aż do przekroczenia wartości α_{\max} .



Obecny artykuł jest rozwinięciem prostej wersji metody orbitali molekularnych, omówionej w numerze 1975, 7. W poprzednim artykule zajmowaliśmy się molekułami z występującymi na przemian wiązaniami pojedynczymi i podwójnymi. Łańcuchy takich wiązań mogą być otwarte (np. heksatrien) lub zamknięte (np. benzen).

Dla łańcucha otwartego o długości L otrzymaliśmy następujące dozwolone poziomy energetyczne dla elektronów π :

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2 \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$

i następujące orbitale molekularne elektronów π :

$$\Phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

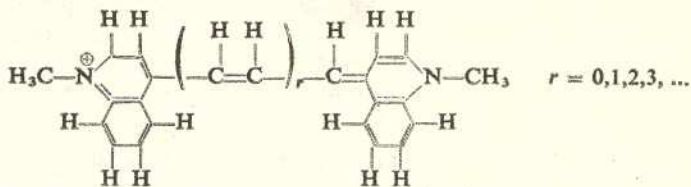
Dla łańcucha zamkniętego otrzymaliśmy odpowiednio

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2} (2n)^2 \quad \text{dla } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$\Phi_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L}} & \text{dla } n = 0, \\ \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{2n\pi}{L} x & \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots, \\ \sqrt{\frac{2}{L}} \cos \frac{2n\pi}{L} x & \text{dla } n = -1, -2, -3, \dots \end{cases}$$

W poprzednim artykule omówiliśmy proste wynikające stąd wnioski, dotyczące budowy heksatrienu i benzenu. Dzisiaj pokażę Wam dalsze zastosowania tego modelu. Przypomnę jeszcze, że każdy orbital może opisywać najwyżej dwa elektrony. Wynika stąd, że będziemy mieć dla każdej molekuly pewną liczbę orbitali obsadzonych i pewną liczbę orbitali nie obsadzonych. Najkorzystniejszą energetycznie sytuację otrzymamy wtedy, gdy obsadzimy podwójnie elektronami π orbitale molekularne odpowiadające najniższej energii.

Zajmijmy się bardzo skomplikowanymi molekułami barwników zwanych cjaninami. Molekuły te są kationami o ładunku $+e$. Mają one następujący wzór strukturalny:



Zwróćcie uwagę, że molekula jest symetryczna, ale tradycyjne reguły pisania wzorów strukturalnych zmusiły nas do umieszczenia ładunku $+e$ na lewym azocie. Ten wzór nie może być słuszny i dlatego w chemii organicznej pisze się dwa wzory dla tego związku! Jeden jest już przez nas narysowany, a drugi jest jego lustrzanym odbiciem. Ta wielość wzorów jest rezultatem nieadekwatności tradycyjnych oznaczeń dla określania skomplikowanego rozdziału ładunku w molekule.

Zróbmy pewne dodatkowe uproszczenie i uwzględnijmy tylko te elektrony π , które odpowiadają wiązaniom między atomami węgla w górnej części molekuly, tzn. narysujemy molekule jako



Po zrobieniu dalszych uproszczeń, opisanych w poprzednim artykule, molekula ta może być przybliżona przez pręt, w którym niezależnie od siebie porusza się $2r + 10 = N$ elektronów π . Obliczmy częstotliwość światła ν (lub lepiej proporcjonalną do tej wielkości tzn. liczbę falową $\bar{\nu}$), które wzbudza molekule windując jeden z elektronów najwyższego zajętego poziomu na najniższy nie zajęty:

$$h\nu = hc\bar{\nu} = E_{N/2+1} - E_{N/2} = \frac{h^2}{8mL^2} \left[\left(\frac{N}{2} + 1 \right)^2 - \left(\frac{N}{2} \right)^2 \right]$$

Jeśli średnią długość wiązania C–C oznaczmy przez l , to długość L molekuly obliczymy jako

$$L = l \cdot (2r + 10) = l \cdot N.$$

$$\bar{\nu} = \frac{h}{32ml^2c} \frac{2r+11}{(r+5)^2}$$

Jeśli obliczylibyśmy $\bar{\nu}$ dla molekuly o $r = 0$, przyjmując $l = 1,5 \text{ \AA}$, to otrzymalibyśmy $\bar{\nu} = 14\,800 \text{ cm}^{-1}$, podczas gdy doświadczenie daje $\bar{\nu} = 17\,000 \text{ cm}^{-1}$. Obliczmy, jakie musielibyśmy przyjąć l , aby otrzymać wynik zgodny z doświadczeniem. Obliczone w ten sposób l wynosi $1,4 \text{ \AA}$. Użyjmy tak znalezionej l do obliczenia $\bar{\nu}$ dla molekuł o $r = 1, 2, 3, \dots$. Wyniki uzyskane z dokładnością do trzech cyfr znaczących zestawiono następująco:

r	$\bar{\nu}$ obliczone	$\bar{\nu}$ doświadczalne
0	17 000	17 000
1	14 000	14 100
2	11 800	12 200
3	10 300	10 700

Widzimy zadziwiająco, jak na dokonane uproszczenia, zgodność wyników teoretycznych z doświadczeniem. W wielu innych przypadkach wymagana zmiana l byłaby znacznie większa, a zgodność z doświadczeniem gorsza.

Za barwę związku chemicznego odpowiedzialne są pochłaniane kwanty promieniowania. W ten sposób na wyjątkowo prostej drodze udało nam się „obliczyć” barwę bardzo skomplikowanych związków chemicznych.

Gry wielochodowe

Dr Wojciech GUZICKI

W artykule tym zajmiemy się grami dwuosobowymi, rozgrywanymi według następujących zasad:

Dwaj gracze (gracz I i gracz II) wykonują kolejno, poczynając od gracza I, ruchy polegające na wybieraniu dowolnego elementu z ustalonego zbioru A . Ten sam element zbioru A może być wybierany wielokrotnie zarówno przez gracza I, jak i gracza II.

W ten sposób w każdym momencie zostaje wybrany ciąg skończony a_1, a_2, \dots, a_n elementów zbioru A . Przepisy gry są zbiorem reguł mówiących, czy w danej sytuacji graczowi, na którego przypada kolej, wolno jeszcze wykonać ruch, a jeśli wolno, to jakie ruchy są dozwolone. Jeśli już mu nie wolno wykonać żadnego ruchu, to mówimy, że gra dobiegła końca, a jej efekt (tzn. ciąg skończony a_1, \dots, a_n) nazywamy partią. Może się jednak zdarzyć, że obaj gracze grają tak, że w żadnym momencie przepisy gry nie nakażą im zakończyć jej. Wtedy w wyniku spotkania otrzymamy ciąg nieskończony $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, który również będziemy nazywać partią. Każdy ciąg skończony, będący początkowym fragmentem partii, będziemy odtąd nazywać pozycją.

Po zakończeniu gry powstaje oczywiście problem, kto daną partię wygrał. Aby móc zawsze odpowiedzieć na to pytanie, dzielimy zbiór wszystkich możliwych partii na trzy części: W_0, W_1, W_2 . Partia jest remisowa, jeśli należy do zbioru W_0 ; wygrana przez gracza I, jeśli należy do W_1 ; i wygrana przez gracza II, jeśli należy do W_2 .

W tej części artykułu zajmiemy się grami skończonymi. Wyjaśnijmy, co znaczy tu termin „skończona”. Otóż gra jest skończona, jeśli przepisy pozwalają wykonać w każdej pozycji tylko skończenie wiele różnych ruchów oraz nie dopuszczają istnienia nieskończonej długich partii. Przykładem gry skończonej są szachy, zbiorem A bowiem jest zbiór instrukcji dla figur (np. Wb7–b8), natomiast przepis zapewniający skończoność każdej partii stwierdza, że gra kończy się po trzykrotnym powtórzeniu się tej samej sytuacji na szachownicy.

Aby wyjaśnić, co to znaczy „zapewnić sobie zwycięstwo”, zdefiniujemy pojęcie strategii. Strategią gracza I jest dowolna funkcja, która każdej możliwej pozycji a_1, \dots, a_n o parzystej (również zerowej) liczbie wyrazów przyporządkowuje jakikolwiek ruch $a_{n+1} \in A$, dopuszczony w tej pozycji przez przepisy gry.

Podobnie strategią gracza II nazwiemy analogiczną funkcję określoną dla pozycji o długości nieparzystej. Strategia jest więc po prostu funkcją, która „podpowiada” graczowi, jak w danej sytuacji ma zagrać. Zauważmy następnie, że jeśli gracz I wybierze sobie strategię σ , a gracz II strategię τ , to te dwie strategie jednoznacznie wyznaczają partię, którą rozgrywają między sobą gracze I i II. Jej początkowymi ruchami będą: $a_1 = \sigma(\emptyset)$, $a_2 = \tau(a_1)$, $a_3 = \sigma(a_1, a_2)$, $a_4 = \tau(a_1, a_2, a_3)$ itd.