Wstęp do teorii „zajączka świetlnego"

Kolega K. Kasprzak z Chwarstnicy pyta, czy „zajączek świetlny" (ślad wiązki świetlnej na ekranie oświetlonym smugą światła z obracającego się źródła — np. smugą światła odbitego od obracającego się zwierciadła) może poruszać się szybciej niż światło (w próżni).

Sądzimy, że teoria zjawiska może zainteresować wielu Czytelników, odpowiadamy więc na łamach pisma. Przy okazji przedstawiamy kilka problemów, związanych z ruchem „zajączka świetlnego": jeden z nich będzie stanowił przedmiot konkursu. Dla uniknięcia zbędnych tu dyskusji na temat praw odbicia światła od poruszającego się zwierciadła, będziemy „zajączka" wytwarzali za pomocą smugi wybiegającej przez szczelinę w kulistej osłonie (o promieniu l) obracającej się z prędkością kątową ω; wewnątrz osłony, w jej środku, znajduje się punktowe źródło światła, emitujące światło we wszystkich kierunkach.

Aby odpowiedzieć na pytanie Czytelnika, wystarczy podać przykład sytuacji, w której prędkość „zajączka" na ekranie przekracza prędkość światła (w próżni) c. Rozważmy więc najpierw sytuację, jak na rys. 1. Ekran, na którym powstaje „zajączek", stanowi powierzchnię kuli (o promieniu $L+l$), w której środku znajduje się źródło światła. Niech w chwili t ze szczeliny wybiega wiązka w pewnym kierunku. Dotrze ona do ekranu w chwili

$$t' = t + \frac{L}{c}.$$

Po czasie dt ze szczeliny wybiega wiązka w kierunku tworzącym z poprzednią wiązką kąt $d\varphi = \omega dt$; ta druga wiązka dotrze do ekranu w chwili

$$t' + dt' = t + dt + \frac{L}{c}$$

w punkcie odległym od punktu, do którego dotarła pierwsza wiązka, o $ds = (L+l)d\varphi = (L+l)\omega dt$. W czasie $dt' = dt$ „zajączek" przebywa drogę ds, zatem jego prędkość jest równa

$$v = \frac{ds}{dt} = (L+l)\omega.$$

Ponieważ prędkość liniowa szczeliny $v_{sz} = \omega l$ nie może przekraczać prędkości światła (w próżni) c, zatem

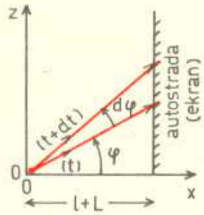
$$v = \frac{L+l}{l} v_{sz} < v_{max} = \frac{L+l}{l} c.$$

Aby odpowiedzieć na nasze pytanie, wystarczy rozstrzygnąć proste zagadnienie: czy stosunek $(L+l)/l$ może być większy od jedności. Oczywiście, $(L+l)/l = \frac{L}{l} + 1 > 1$. Prędkość „zajączka" jest więc zasadniczo ograniczona przez wielkość v_{max}, która jest zawsze większa od c. A przy $v_{sz} < c$ prędkość „zajączka" v może osiągnąć wartość większą niż c, jeśli

$$\frac{L+l}{l} > \frac{c}{v_{sz}}.$$

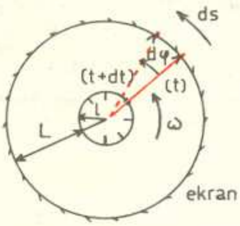
Problem 1. Rozwiązać powyższe zagadnienie w przypadku płaskiego ekranu.
Proponujemy zastanowić się nad następującym zadaniem:

Zadanie 1. Z punktu (0, 0) (rys. 2) wyrusza motocyklista w chwili t. Jedzie on ze stałą prędkością c do autostrady $x = L+l$ po linii prostej nachylonej pod kątem φ do osi $0x$. Po czasie dt z punktu (0, 0) wyrusza drugi motocyklista, który jedzie też ku tej samej autostradzie, z taką samą stałą prędkością c, także wzdłuż linii prostej, ale nachylonej pod kątem $\varphi+d\varphi$ do osi $0x$, gdzie $d\varphi = \omega dt$ (ω — dane). Z chwilą, gdy pierwszy motocyklista dojedzie do autostrady, z tego samego punktu, do którego on dojechał, wyrusza autostradą tresowany zając. Biegnie on w kierunku punktu, do którego zmierza drugi motocyklista.
Z jaką prędkością v musi biec zając, aby dobiegł do celu w tej samej chwili, w której dojedzie do autostrady drugi motocyklista?
(Rozwiązując zadanie należy skorzystać z faktu, że dt jest bardzo małe w porównaniu z t). Odpowiedź na str. 13.



Rys. 1

Z kolei zastanówmy się, jaką prędkość „zajączka" zarejestruje obserwator. Dla uproszczenia przyjmijmy, że jest to obserwator „punktowy", znajdujący się w tym samym punkcie, w którym znajduje się źródło światła (możemy przyjąć, że $l \ll L$, i wobec tego obserwator znajduje się tuż obok źródła światła na zewnątrz wirującej osłony).
Światło padając na ekran ulega na nim rozproszeniu. Z każdego punktu ekranu, na który padnie światło, rozchodzą się więc we wszystkie strony wiązki rozproszone.
Z każdego takiego punktu jedna wiązka biegnie zatem ku obserwatorowi. Rozumując podobnie jak poprzednio, można wykazać, że sygnały o przekroczeniu przez „zajączka" punktów początkowego i końcowego odcinka o długości ds (rys. 1) dotrą do obserwatora po czasie dt jeden po drugim. Obserwator stwierdzi więc, że prędkość „zajączka" jest równa $v = (L+l)\omega$.

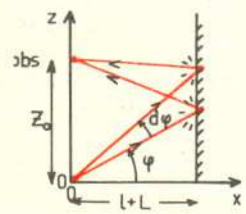


Rys. 2

Problem 2. Rozwiązać powyższe zagadnienie w przypadku płaskiego ekranu (zob. rys. 2).
Proponujemy zastanowić się nad odpowiednim zmodyfikowaniem (jak?) **zadania 1,** traktując je jako **zadanie 2.**

Problem 3. Rozwiązać powyższe zagadnienie w przypadku kulistego ekranu, ale z obserwatorem znajdującym się na zewnątrz kuli, której powierzchnia stanowi ekran.
Jest to problem złożony rachunkowo, dlatego radzimy najpierw zastanowić się nad nim z jakościowego punktu widzenia. A jeśli to nie da spodziewanych rezultatów, radzimy zająć się następnym problemem:

Problem 4. Rozwiązać powyższe zagadnienie w przypadku płaskiego ekranu, ale z obserwatorem znajdującym się w innym punkcie niż źródło światła (to także jest problem dość złożony, więc na początek przyjmiemy, że obserwator znajduje się na osi $0z$ — rys. 3).
Proponujemy zastanowić się nad odpowiednim zmodyfikowaniem (jak?) **zadania 1,** traktując je jako **zadanie 3.**



Rys. 3

Zastanówmy się wreszcie, czy fakt, że „zajączek" może poruszać się z prędkością większą niż światło, można wykorzystać do zaprojektowania urządzenia do przesyłania informacji szybciej, niż to jest możliwe przy przesyłaniu informacji bezpośrednio za pomocą impulsów świetlnych biegnących po linii prostej od źródła do obserwatora. To już będzie jednak tematem ostatniego problemu — **problemu konkursowego,** który pozostawiamy do rozstrzygnięcia Czytelnikom.
Odpowiedzi konkursowe należy przesyłać na adres Redakcji «Delty» do dnia 1.XI.75 r. Objętość odpowiedzi nie powinna przekraczać jednej strony papieru podaniowego (dwóch stron kartki z normalnego zeszytu). Trzy najlepsze (wg oceny Redakcji) odpowiedzi konkursowe zostaną uhonorowane nagrodami i ogłoszone (po odpowiednim opracowaniu redakcyjnym) w «Delcie» wraz z wynikami konkursu.