

że randka uda się, jest więc równe  $7/16$ . Zauważmy, że chociaż każda z umawiających się osób czeka najwyżej  $1/4$  okresu czasu wyznaczonego na spotkanie, to prawdopodobieństwo, że dojdzie do spotkania, równe jest prawie  $1/2$ .

**Zadanie dla Czytelnika:** Przypuśćmy, że w powyższym przykładzie  $J$  i  $W$  umawiają się w następujący sposób: każde z nich będzie czekało na drugie  $t$  minut, ale nie dłużej niż do godz. 17. Jakie powinno być  $t$ , aby prawdopodobieństwo, że dojdzie do spotkania, było duże, powiedzmy większe od  $1-\varepsilon$ ?

Aby pokazać Czytelnikowi, że prawdopodobieństwa geometryczne służą również mniej błahym sprawom, zacytuję dwa zadania, poprzedzając je jednak dwiema uwagami.

**Uwaga 1.** Mówiąc o losowym rzucaniu punktu na figurę  $\Omega$  (lub o losowym wyborze punktu z  $\Omega$ ) mamy na myśli takie rzucanie, przy którym punkt z jednakowym prawdopodobieństwem może upaść na każde miejsce figury. Mówiąc dokładniej: prawdopodobieństwo, że punkt upadnie na pewien podzbiór danej figury, zależy tylko od pola tego podzbioru, a nie zależy ani od jego kształtu, ani od jego położenia wewnątrz  $\Omega$ . W takich sytuacjach mówi się również, że punkt ma rozkład jednostajny (lub: równomierny) na figurze  $\Omega$ .

**Uwaga 2.** Zupełnie analogicznie można mówić o figurach geometrycznych na prostej lub o figurach w przestrzeni trójwymiarowej (lub więcejwymiarowej). Wtedy „pole” należy zastąpić przez „długość” lub „objętość”.

A teraz dwa zapowiedziane zadania.

**Zadanie 1** (A. Plucińska, E. Pluciński: Zadania z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej dla studentów politechnik). Przez jednorowy odcinek drogi o końcach A, B przejechać mają dwa tramwaje jadące z przeciwnych kierunków niezależnie od siebie. Pierwszy tramwaj przybywa do A w chwili  $t_1$ , drugi do B w chwili  $t_2$ , przy czym  $T' \leq t_1 \leq T''$ ,  $T' \leq t_2 \leq T''$ . Wszystkie punkty odcinka  $\langle T', T'' \rangle$  są jednakowo prawdopodobne. Niech  $T'' - T' = 15$  minut. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że jeden z tramwajów będzie musiał czekać, aż drugi przejedzie, jeśli a) czas przejazdu przez odcinek AB wynosi 3 min., b) czas przejazdu od A do B wynosi 3 min., a od B do A — 2 min.

**Zadanie 2** (L. D. Mieszalkin: Zadania z rachunku prawdopodobieństwa). Dla złożenia łożyska kulkowego konieczne jest, aby związek między promieniem  $R$  zewnętrznej obryczy, promieniem  $r$  wewnętrznej obryczy i średnicą  $d$  kulek (rozrzut promieni kulek pochodzących z jednej partii produkcji jest na tyle mały, że można go zaniedbać) wyrażał się wzorem

$$0 \leq R - r - d \leq \delta.$$

Załóżmy, że  $R$ ,  $r$  i  $d$  są niezależne i mają rozkład jednostajny na odcinkach  $\langle 50,0, 51,0 \rangle$ ,  $\langle 40,0, 41,0 \rangle$ ,  $\langle 9,5, 10,0 \rangle$ . Obliczyć prawdopodobieństwo złożenia łożyska dla  $\delta = 0,5$  mm.



## Zadania

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

**M 52.** Udowodnić, że płaszczyzna pozbawiona jednego punktu nie jest sumą prostych rozłącznych.

Rozwiązanie na str. 7.

**M 53.** Udowodnić, że jeżeli  $n$  jest liczbą naturalną, to liczba  $27^{n+1} - 27 - 26n$  jest podzielna przez 169.

Rozwiązanie na str. 5.

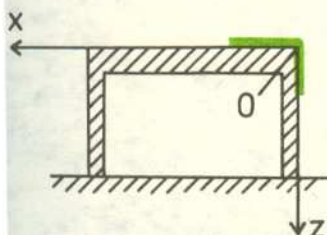
**M 54.** Na wieczorku było 28 pań i 28 panów. Każdy z obecnych tam panów znał dokładnie dwie obecne panie i każda z pań знаła dokładnie dwóch panów. Wykazać, że w pierwszym tańcu każda para mogła składać się z osób znających się. (Przyjmujemy, że jeżeli pan A zna panią X, to pani X zna pana A).

Rozwiązanie na str. 15.

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI

**F 19.** Na poziomym gładkim stole położono wyprostowaną, nierozciągliwą linę o długości  $l$  i masie  $M$ , w ten sposób, że część liny zwisa pionowo w dół. Pod wpływem własnego ciężaru lina zaczęła zsuwać się ze stołu. Opiszcie ruch końca liny, jeżeli tarcie liny o powierzchnię stołu można pominąć, a w chwili początkowej długość zwisającej części liny wynosiła  $l_0$  ( $l_0 < l$ ). Sprawdźcie, czy otrzymane przez Was rozwiązanie spełnia zasadę zachowania energii oraz czy opisuje ruch liny aż do ostatecznego zsunęcia się jej ze stołu.

Rozwiązanie na str. 2.



Rys. 1