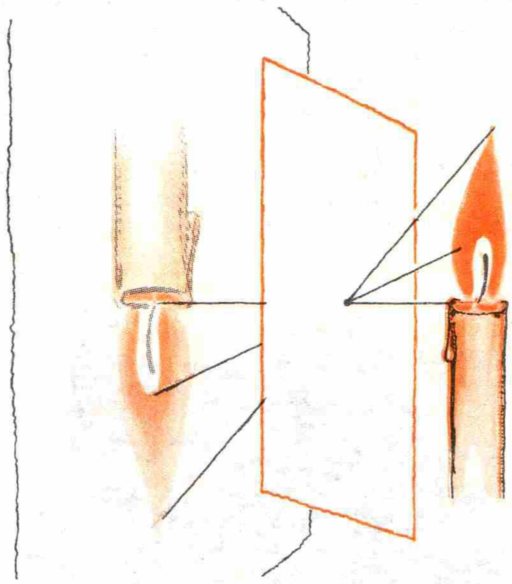
mała delta

Tajemnicza dziurka od klucza

Kiedy Zbyszek miał siedem lat, pojechał po raz pierwszy na kolonie. Mieszkał tam wraz z innymi chłopcami, w dużej sali, do której przylegała mała komórka bez okien. Pewnego razu, bawiąc się w chowanego, ukrył się Zbyszek w komórce. Było tam oczywiście ciemno, jedyne światło dochodziło z sali przez dziurkę od klucza. Nagle Zbyszek zauważył na ścianie, naprzeciwko drzwi, jasną plamkę wielkości kartki pocztowej. Mógł w niej wyróżnić dwa poruszające się krążki. Tak go to zafrapowało, że zapomniał o zabawie. Wrócił do sali i opowiedział o tym kolegom. Razem próbowali odgadnąć, co to było. W końcu Zbyszek domyślił się, że to były głowy kolegów, którzy siedzieli w oknie. Żeby się o tym przekonać, kazał im machać rękami. Zobaczył wtedy podobne ruchy w plamie na ścianie, ale... odwrócone. Wyglądało to tak, jakby chłopcy machali rękami stojąc do góry nogami! Zbyszek był wtedy za mały, żeby to zrozumieć. Wytłumaczył to sobie dopiero parę lat później.

Radzę wam zrobić doświadczenie, które trochę przypomina to, co zaobserwował Zbyszek. Potrzebna jest tylko kartka papieru i świeca. W kartce, po środku, zróbcie szpilką mały otworek. Zapaloną świecę zbliżcie do ściany. Co widać na ścianie, gdy kartkę z otworkiem wstawi się między ścianę i świecę? Widać płomień świecy, a właściwie nie prawdziwy płomień, lecz jego obraz. Jest on odwrócony, jego czubek jest w dole. W dodatku, kiedy dmuchamy w prawdziwy płomień, jego obraz wychyla się w naszą stronę, jakby chciał nas oparzyć. Dlaczego tak jest?

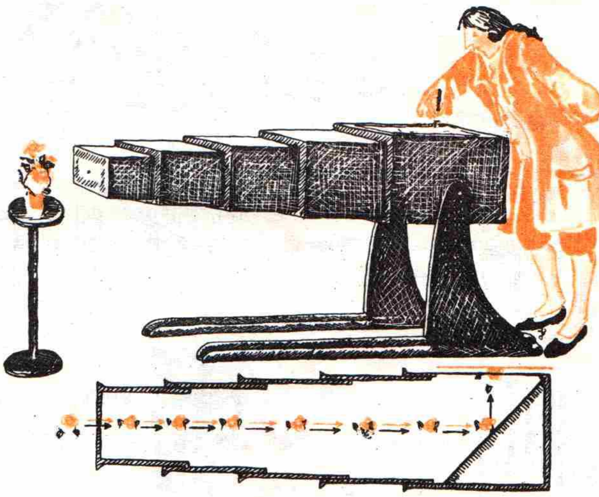
Przyjrzyjcie się rysunkowi. Wiadomo, że aby na ścianie powstał obraz jakiegoś punktu, musi od tego punktu dotrzeć do ściany promień światła. Promienie świetlne dochodzące do ściany od poszczególnych punktów płomienia krzyżują się w otworku. Dlatego obraz czubka płomienia wypada poniżej obrazu dolnej jego części.



Tym z was, którzy lubią trochę poeksperymentować, proponuję zabawę w malarza portretów. Niepotrzebny jest do tego talent plastyczny, przyda się natomiast spora puszka (może być po „Ince") lub pudełko odpowiedniej wielkości, pergamin i gruby koc. W denku puszki należy zrobić mały otworek. Wieczko zdejmujemy i w tym miejscu przymocowujemy kawałek pergaminu. Z tak przygotowanym przyrządem do portretowania wchodzimy pod koc, wystawiając tylko ściankę z otworkiem. Na zewnątrz, w niewielkiej odległości, siada osoba portretowana, silnie oświetlając swoją twarz trzymaną w ręce lampą. Na pergaminie powinien powstać obraz osoby portretowanej, zmniejszony i odwrócony. Wystarczy go odrysować i portret gotowy!

Zamiast pergaminu można umieścić błonę fotograficzną, zmieniając tym samym przyrząd do portretowania w aparat fotograficzny. Taki aparat świetnie nadaje się do zrobienia na przykład zdjęcia rodzinnego, chociaż wymaga to sporo hartu ducha zarówno ze strony fotografa, jak i osób fotografowanych. Należy wybrać piękny, słoneczny dzień, ustawić członków rodziny przodem do słońca i poczekać nieruchomo parę minut. Następnie w ciemnym pokoju wyjmujemy błonę, wywołujemy ją i... patrzymy, czy coś wyszło. Powodzenia!

Przyrząd, który opisaliśmy nosi nazwę ciemni optycznej (po łacinie *camera obscura*). Stosował go i w roku 1519 opisał jego działanie wielki artysta i wynalazca włoski, Leonardo da Vinci. Później ciemnię optyczną stosowali i inni malarze, między innymi Canaletto, kiedy malował widoki osiemnastowiecznej Warszawy. Ciemnia optyczna jest podstawową częścią każdego aparatu fotograficznego.



Zagadka dla krótkowidzów

Mogę zdjąć okulary (–6 dioptrii) i przeczytać nagłówki w gazecie z odległości dwóch metrów patrząc przez małą szparkę między palcami ręki przyłożonej do oka. Dlaczego?

Sposób na niesforne ułamki

— Z tymi ułamkami to zupełnie nic nie wiadomo — narzekał po lekcji matematyki Janek. — Na przykład $\frac{56}{84}$. Wygląda nieładnie, w liczniku i w mianowniku straszą takie duże liczby, ale jak się dobrze przyjrzeć i poskracać: przez 2, jeszcze raz przez 2, przez 7..., robi się z niego całkiem miły ułamek, zwyczajne $\frac{2}{3}$. Ułamek z małymi liczbami w liczniku i w mianowniku bardzo łatwo „rozdmuchać". Na przykład $\frac{7}{8}$ można rozszerzyć do $\frac{119}{136}$ mnożąc licznik i mianownik przez 17. Ale bądź taki mądry i skróć olbrzyma, żeby się zrobił przyjemny i zgrabny. Skąd mam w edzieć, że trzeba licznik i mianownik podzielić przez 17? O, mam tutaj taki okropny ułamek $\frac{1073}{1517}$. Od godziny próbuję go skrócić i wciąż nie wiem, czy się da, czy nie.

— A ja mam sposób na twoje ułamki — pocieszał Janka Andrzej. — Zabierzemy się do nich zupełnie inaczej, nie będziemy na oślep szukali, przez co można by skrócić. Zastanów się na przykład, czy można skrócić ułamek $\frac{311}{312}$?

— Chyba nie... Tak mi się wydaje, że nie.

— A dlaczego tak ci się wydaje?

— No, bo między licznikiem i mianownikiem jest bardzo mała różnica, tylko 1 — niepewnie powiedział Janek.

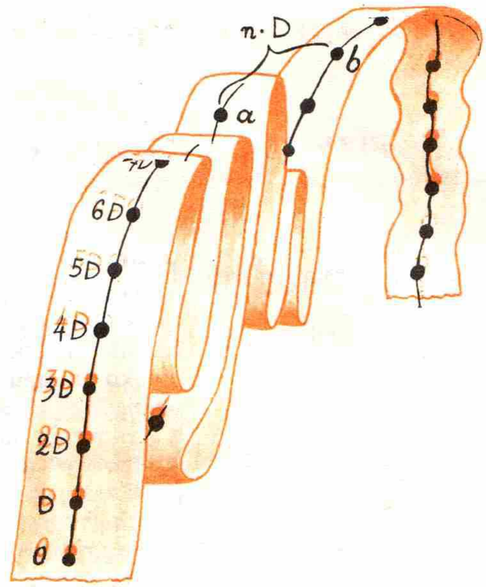
— Bardzo słusznie. Zwróciłeś uwagę na ważny fakt: jeżeli jakieś dwie liczby dzielą się przez wspólny dzielnik D, to ich różnica też musi się dzielić przez D. Widać to dobrze na osi liczbowej.

Dużymi kropkami oznaczyliśmy liczby podzielne przez D, a więc 0, D, $2D$, $3D$, $4D$, $5D$ itd. Rysunek pokazuje, że różnica dwóch takich liczb też dzieli się przez D.

Uzasadnić możemy to w ten sposób: jeśli liczba a dzieli się przez D, to $a = k \cdot D$; jeśli liczba b dzieli się przez D, to $b = m \cdot D$. Wobec tego $a-b = k \cdot D - m \cdot D = (k-m) \cdot D$, a to oznacza, że $a-b$ też dzieli się przez D.

Moglibyśmy nawet udowodnić takie twierdzenie:

Liczby a oraz b mają taki sam największy wspólny dzielnik, co liczby $a-b$ oraz b.



Skorzystamy z tego twierdzenia, żeby skrócić ułamek $\frac{119}{136}$.

Obliczmy różnicę 136—119 = 17 i zamiast szukać największego wspólnego dzielnika dla liczb 119 i 136 poszukamy go dla liczb 17 i 119. Nietrudno się domyśleć, że jest nim 17. Rzeczywiście, po podzieleniu otrzymamy $136 = 17 \cdot 8$ i $119 = 17 \cdot 7$.

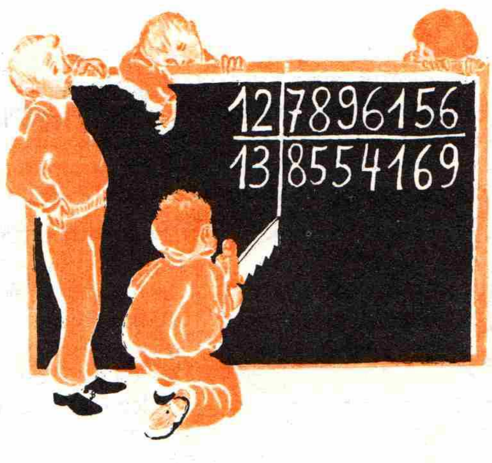
Co robimy	Liczby		Największy wspólny dzielnik
	1073	1517	nie wiemy jeszcze jaki
$1517-1073 = 444$	444	1073	nie wiemy jeszcze jaki
$1073-444 = 629$	444	629	nie wiemy jeszcze jaki
$629-444 = 185$	185	444	nie wiemy jeszcze jaki
$444-185 = 259$	185	259	nie wiemy jeszcze jaki
$259-185 = 74$	74	185	nie wiemy jeszcze jaki
$185-74 = 111$	74	111	możemy spróbować rozłożyć...
$111-74 = 37$	37	74	już się domyślamy
$74-37 = 37$	37	37	wiemy: 37!

Mamy więc sposób na znalezienie największego wspólnego dzielnika liczb 1517 i 1073. Trochę liczenia i uprościmy twój okropny ułamek. Nie powinno nam to zająć nawet pięciu minut.

Obliczenia i ich wyniki zapisywać będziemy po kolei w tabelce. W każdym następnym wierszu tabelki (tam, gdzie napisaliśmy „liczby") zamiast liczb z poprzedniego wiersza wpisywać będziemy inne dwie liczby: mniejszą z liczb, które były wyżej, oraz ich różnicę. Liczby będą się zmieniały, ale ich wspólny dzielnik będzie ten sam.

Podziel teraz licznik i mianownik przez 37 (bądź spokojny, na pewno da się podzielić) i skróć ułamek, nad którym się tak długo męczyłeś.

Jeśli macie ochotę — drodzy Czytelnicy — to skróćcie ułamek Janka. Cierpliwi mogą się przekonać, że wszystkie liczby napisane w tabelce przez Andrzeja dzielą się przez 37.



Sprawdźmy jeszcze, co się stanie, gdy weźmiemy do obliczeń ułamek nieskracalny, na przykład $\frac{12}{17}$. Obliczenia zanotujemy, jak poprzednio, w odpowiedniej tabelce:

Co robimy	Liczby		Największy wspólny dzielnik
	12	17	?
$17-12 = 5$	5	12	?
$12-5 = 7$	5	7	?
$7-5 = 2$	2	5	?
$5-2 = 3$	3	2	?
$3-2 = 1$	2	1	1

Okazuje się, że największą i jedyną liczbą, przez którą się dzielą i 12, i 17, jest 1. Nie można więc skrócić ułamka $\frac{12}{17}$. Jest on nieskracalny.

Dla wszystkich, którzy chcieliby sprawdzić nową metodę skracania ułamków, przygotowaliśmy przykłady takich specjalnych „obrzymów". Przekonajcie się, że zwykłą metodą nie łatwo będzie je skrócić:

$\frac{1139}{6499}$, $\frac{7387}{7921}$, $\frac{2501}{2911}$, $\frac{403}{713}$.

Małą «Deltę» opracowali: Przemysław Nowicki i Daria Ziemińska.