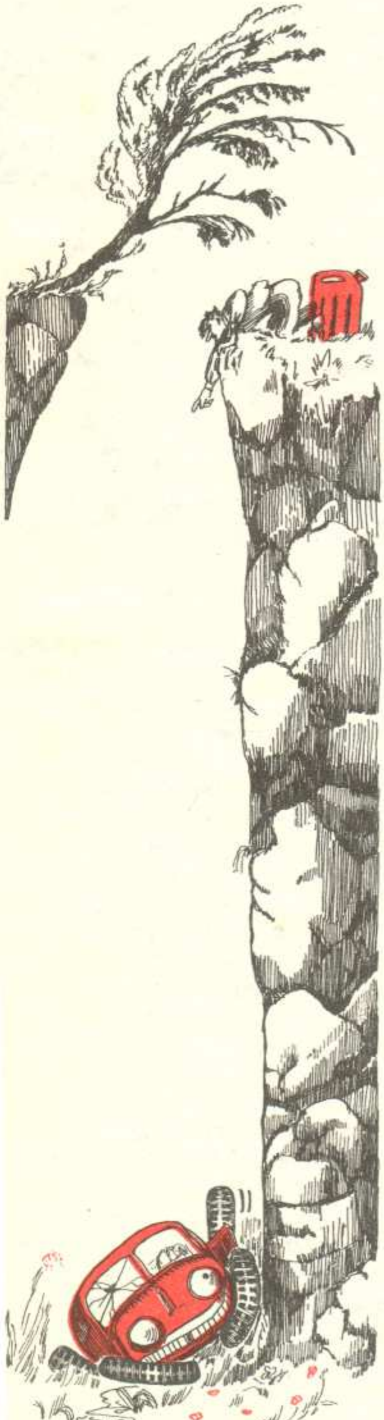
mała delta

Samochód, który spadł w przepaść, może wrócić na szosę i pojechać dalej, ale ... jest to bardzo mało prawdopodobne



Znamy wiele takich procesów, których odwrócenia nikt nigdy nie obserwował. Gdyby ktoś puścił dowolny film od tyłu, wszyscy zaczęliby się śmiać, natomiast fizycy oburzyliby się, że coś tu nie jest w porządku, że oglądane zdarzenia są sprzeczne z prawami przyrody. Nie zdarza się na przykład, żeby herbata, która była od godziny w filiżance, nagle samorzutnie zaczęła stawać się coraz bardziej gorąca. Podobnie nikt nie widział, żeby, jak to sugeruje tytuł, energia spadającego samochodu, która rozproszyła się wśród cząsteczek ziemi w postaci ciepła, z powrotem skupiła się w samochodzie w postaci energii kinetycznej, dzięki której wzniósłby się on do góry. Albo: czy ktoś widział, żeby gaz, wypełniający naczynie, samorzutnie skupił się w jego połowie, pozostawiając w drugiej połowie próżnię? Zastanówmy się nad tymi niemożliwymi procesami na przykładzie owego gazu, skupionego w połowie naczynia. Wyobraźmy sobie, że w całym naczyniu jest tylko jedna cząsteczka. Prawdopodobieństwo, że znajduje się ona w lewej połowie naczynia, wynosi oczywiście 1/2. Gdyby w naczyniu znajdowały się dwie cząsteczki, to prawdopodobieństwo, że obie znalazłyby się w lewej połowie naczynia, wyniosłoby $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Łatwo teraz obliczyć prawdopodobieństwo, że wszystkie cząsteczki znajdują się w lewej połowie naczynia, gdy cząsteczek tych jest 10. Wynosi ono

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdots \frac{1}{2} = \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{1024}.$$

Gdybyśmy umieli sfotografować gaz w naczyniu tak, żeby widać było wszystkie cząsteczki, to tylko w jednej na tysiąc klatek sytuacja byłaby taka, że lewa połowa naczynia zawierałaby 10 cząsteczek, a prawa żadnej.

Ogólnie, gdy w naczyniu znajduje się N cząsteczek, to prawdopodobieństwo, że wszystkie one skupiają w lewej połowie naczynia wynosi $\frac{1}{2^N}$. W praktyce liczba cząsteczek gazu w naczyniu jest na ogół bardzo duża. Litrowe naczynie wypełnione powietrzem o temperaturze 0°C i pod ciśnieniem atmosferycznym zawiera około $3 \cdot 10^{22}$ cząsteczek. Prawdopodobieństwo, że w wyniku bezładnego ruchu w pewnej chwili wszystkie cząsteczki powietrza wypełnią połowę litrowego naczynia, wynosi

$$\frac{1}{2^{3 \cdot 10^{22}}}$$

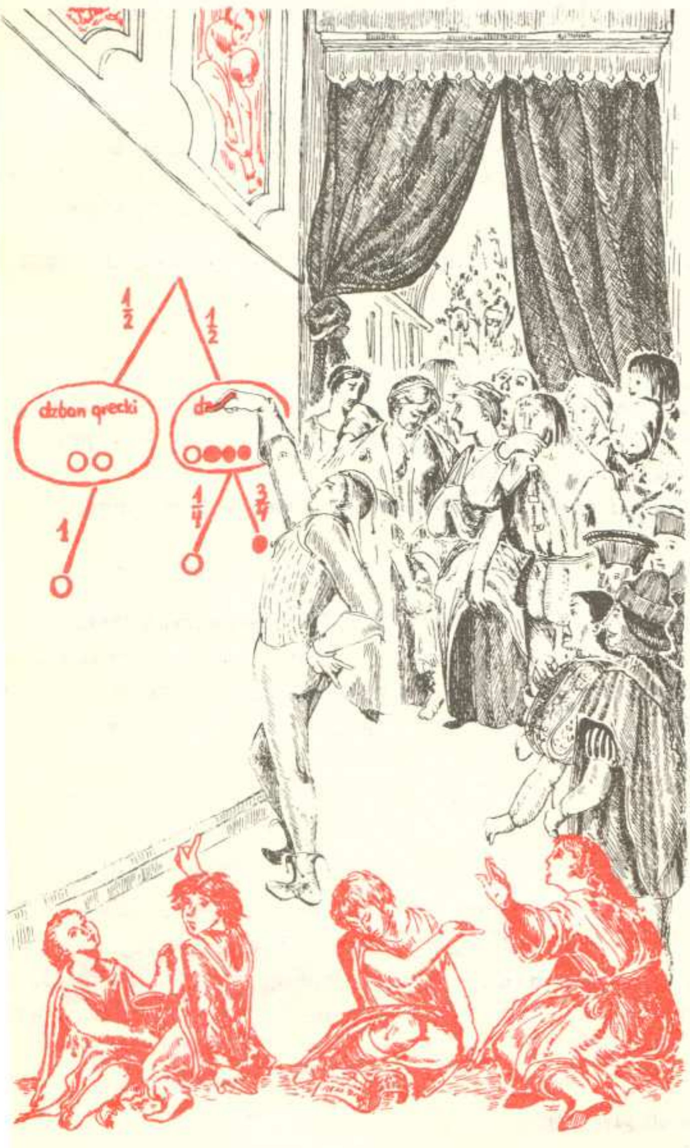
Jest ono niezmiernie małe. Gdybyśmy mieli ogromną liczbę zdjęć naczynia, uwidaczniających położenie wszystkich cząsteczek w różnych chwilach czasu, i przeglądali te zdjęcia z szybkością miliona zdjęć na sekundę, to nie starczyłoby nam nie tylko naszego życia, ale i wiek Ziemi byłby za krótki na to, by natrafić na tak niezwykły przypadek. Tak więc, mimo że prawa ruchu tego nie zabraniają, samorzutne skupienie cząsteczek gazu w połowie naczynia jest praktycznie niemożliwe. Czy to wyjaśnienie pomaga również zrozumieć brak pozostałych, niemożliwych procesów?

Kłopotów królewskiego błazna ciąg dalszy

Na dworze króla Ponuraka odbędzie się losowanie. W dwóch dzbanach — greckim i perskim — zostanie rozmieszczonych 6 kul: 3 białe i 3 czarne. Król rzuci swoją złotą kością do gry. Jeżeli wyrzuci nieparzystą liczbę oczek, wyciągnie jedną kulę z greckiego dzbana. Jeżeli wyrzuci parzystą, wyciągnie kulę z dzbana perskiego. Gdy wylosowana w ten sposób kula będzie biała, błazen Śmieszek zostanie uwolniony od kary. Natomiast czarna kula oznacza dla Śmieszka skazanie na chłostę i ciemnicę. Król zgodził się łaskawie, aby kule do dzbanów włożył sam błazen, i zostawił mu trochę czasu do namysłu. Nawet nie przypuszczał, że Śmieszek postanowił spróbować tak rozmieścić kule w dzbanach, aby mieć większą od 1/2 szansę uwolnienia.

Na początek włożył do greckiego dzbana 2 kule białe, a do perskiego pozostałe: 1 białą i 3 czarne.

— Zobaczmy, jak wyglądają moje szanse przy takim ułożeniu kul — mówi do siebie. — Szansa wybrania dzbana greckiego jest taka sama, jak dzbana perskiego, każda z nich jest równa 1/2. Jeżeli król wylosuje dzban grecki, to oczywiście wyciągnie z niego białą kulę, bo są tam tylko dwie białe i żadnej innej. Jeżeli wybierze dzban perski, to szansa, że wyciągnie z niego kulę białą, wynosi 1/4, bo na 4 kule w dzbanie perskim jedna jest biała.



(Nasi Czytelnicy znają to także z rozważań w poprzednim numerze «Delty»).

Śmieszek narysował sobie wszystkie możliwości i otrzymał taki schemat jak na rysunku.

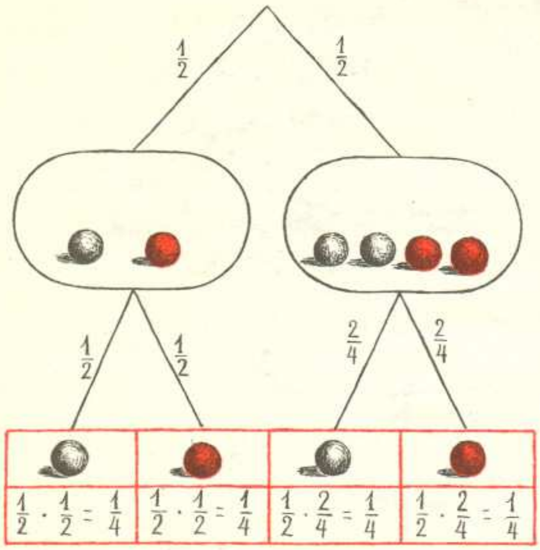
Podobne, lecz prostsze schematy nazywaliśmy poprzednio rozgałęzieniami. Tu rozgałęzienie jest bardziej rozrośnięte i Śmieszek nazwał je drzewkiem.

Może zajść jedno z trzech zdarzeń — myśli Śmieszek — przy czym każdemu z nich odpowiada jedna gałąź drzewka. Jeżeli król wylosuje dzban grecki, to wyciągnie z niego białą kulę i zostanę uwolniony. Jeżeli król wylosuje dzban perski i wyciągnie z niego białą kulę, wówczas także zostanę uwolniony. Jeżeli król wylosuje dzban perski i wyciągnie z niego kulę czarną — zostanę skazany.

Teraz Śmieszek chce obliczyć prawdopodobieństwo sprzyjających uwolnieniu go dwóch pierwszych zdarzeń. Wie, że informacji dostarczyć mu może wykonanie dużej liczby doświadczeń, więc myśli sobie tak:

— Gdyby król chciał wykonać całe losowanie 1000 razy, to około 500 razy musiałby wyciągnąć kulę z greckiego dzbana i około 500 razy z perskiego. Z greckiego dzbana zawsze wyciągnie kulę białą. Oczywiście musi ją przed powtórzeniem doświadczenia wrzucić z powrotem do dzbana. Natomiast szansa wyciągnięcia kuli białej z perskiego dzbana jest równa 1/4, więc przy około 500 ciągnieniach powinien wyciągnąć białą kulę w około 125 przypadkach. Czyli razem na 1000 losowań około 625 powinno zakończyć się wyciągnięciem kuli białej:

$$\frac{625}{1000} = \frac{5}{8}.$$

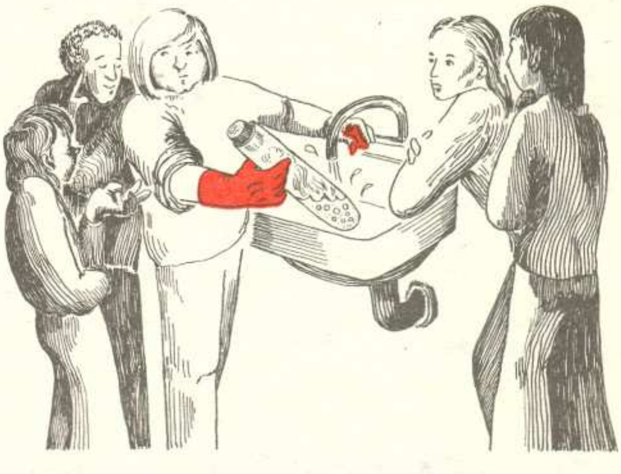


Taka jest moja szansa na uwolnienie. Znakomicie! Jest to szansa większa niż 1/2, a więc przechytrzyłem króla — ucieszył się błazen.
— Ale może da się znaleźć jeszcze lepsze rozmieszczenie kul? — pomyślał i narysował szybko wszystkie możliwe rozmieszczenia kul w dzbanach.
Potem dla każdego z tych rozmieszczeń narysował drzewko i przeprowadził potrzebne obliczenia. Szło to szybko, bo po kilku próbach zauważył, że obliczenia można sobie uprościć, i nie liczył już szansy dla bardzo wielu prób. Rysunek pokazuje, jak to na przykład wyglądało dla jednej kuli białej i jednej czarnej w greckim dzbanie, a dwóch białych i dwóch czarnych w perskim. Takie rozłożenie kul w dzbanach daje więc prawdopodobieństwo uwolnienia błazna równe

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}.$$

Proponujemy naszym Czytelnikom, aby sami spróbowali w ten sposób znaleźć najlepsze rozmieszczenie kul. Swoje rozwiązanie będziecie mogli porównać z rozwiązaniem Śmieszka w następnym numerze.

Kran zamiast kuchenki



Całe popołudnie mój młodszy brat Maciek przeprowadzał w kuchni jakieś eksperymenty z gorącą wodą; wynikiem ich było kilka pękniętych słoików i poparzony palec. Wieczorem przyszedł do mnie z dosyć skwaszoną miną.
— Musisz mi pomóc. Coś mi się wydaje, że Jacek, ten którego nazywamy Grubym, zakpił ze mnie i kilku jeszcze chłopaków. Dziś po lekcjach zaprosił nas do siebie i oświadczył z tajemniczym uśmiechem, że będziemy świadkami zjawiska, które być może występuje po raz pierwszy od chwili powstania Ziemi. Ten jego uśmiech był trochę podejrzany. Posłuchaj jednak, co było dalej. Gruby zagotował w zwykłej kolbie trochę wody. Następnie zdjął kolbę z ognia i woda oczywiście przestała wrzeć. Wtedy Gruby krzyknął: „Patrzcie, bo więcej tego nie zobaczycie!", polał kolbę zimną wodą i, wyobraź sobie, woda zawrzała.

— Coś podobnego! — udałem wielkie zdziwienie. — Na pewno zaraz po zdjęciu kolby z ognia zatkał ją korkiem gumowym, w przeciwnym bowiem przypadku musielibyśmy uwierzyć, że Gruby zmusił do posłuszeństwa Demona Maxwella.
— Zmówiliście się, czy co? Jeszcze by demonów w fizyce brakowało? — rozzłościł się Maciek. — Ale faktem jest, że zapomniałem o tym korku, że to tylko po to, żeby mu się zimnej wody nie nalało do środka.
— Nie tylko. Szczelny korek ma zasadnicze znaczenie. Zjawisko, które pokazał wam Gruby, jest bardzo pospolite i powinniście je sami zrozumieć. Gruby zażartował sobie korzystając z waszej ignorancji. Mogę ci tylko podpowiedzieć, że jest pewien związek między tym zjawiskiem a gotowaniem wody wysoko w górach. Pamiętasz, jak gotowaliśmy w górach jajka na miękko?
— Zaraz, coś sobie zaczynam przypominać. Dobrze, zajmę się tym, powiedz mi jeszcze, co z tym demonem. Czy to też żart?
— Wcale nie, ale o tym za miesiąc.

«Małą Deltę» opracowali: M. Iżycki, P. Nowicki, A. Olecka, D. Ziemińska.