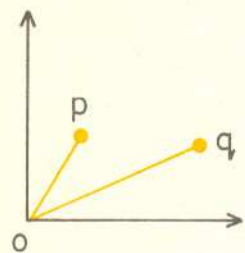
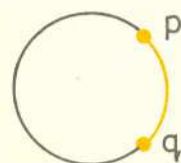


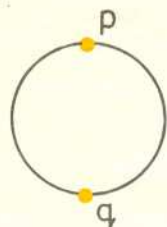
Rys. 3a



Rys. 3b



Rys. 4a



Rys. 4b

Innym przykładem metryzacji płaszczyzny jest tzw. *metryka kolejowa*, określona wzorem

$$(3) \quad \varrho^*(p, q) = \begin{cases} \varrho(p, q) & \text{jeżeli punkty } o, p, q \\ & \text{są współliniowe (rys. 3a)} \\ \varrho(p, o) + \varrho(o, q) & \text{jeżeli punkty } o, p, q \\ & \text{nie są współliniowe (rys. 3b).} \end{cases}$$

Punkt o odgrywa tu rolę węzła kolejowego. Jeżeli punkty p i q leżą na jednym torze, przejechanie koleją z p do q nie wymaga nakładania drogi. Jeżeli leżą na różnych torach, trzeba przejechać przez węzeł, więc odległość kolejowa jest wtedy większa od zwykłej (kartezjańskiej). W pierwszym przypadku zbiór punktów leżących między p i q jest odcinkiem pq (rys. 3a), w drugim — łamaną poq (rys. 3b).

Jasne jest, że jeżeli umiemy zmierzyć odległość dowolnych dwóch punktów zbioru X , umiemy to również zrobić dla każdego podzbioru zbioru X . Ścisłej mówiąc, metryka ϱ w zbiorze X metryzuje zarazem dowolny jego podzbiór X_0 . Niech na przykład X_0 będzie okręgiem na płaszczyźnie euklidesowej ze zwykłą odległością ϱ (wzór (1)). Odległość $\varrho(p, q)$ dowolnych dwu punktów p, q okręgu X_0 jest więc długością cięciwy o końcach p, q . Ten sam zbiór X_0 można jednak zmetryzować inaczej, abstrahując od „otaczającego świata”, tj. od przestrzeni X .

Można na przykład określić nową odległość $\check{\varrho}(p, q)$ jako długość mniejszego z dwóch łuków o końcach p, q . Odpowiada to sytuacji, w której okrąg X_0 byłby brzegiem jeziora, a osoba mierząca odległość nie umiałaby pływać. Łatwo sprawdzić, że przy takiej metryzacji okręgu zbiór punktów leżących między p i q jest na ogół krótszym łukiem o końcach p, q (rys. 4a). Na ogół, ale nie zawsze — wyjątek stanowią pary tzw. punktów antypodycznych (maksymalnie oddalonych); między takimi antypodami leżą wszystkie punkty okręgu (rys. 4b).

Przedstawiona tu relacja leżenia między jest jednym z wielu pojęć, które można zdefiniować przy pomocy odległości, to jest tzw. pojęć metrycznych. Innym przykładem takiego pojęcia jest pojęcie środka pary punktów.

Rozważmy dowolną przestrzeń metryczną (X, ϱ) .

Punkt x zbioru X jest środkiem pary punktów p, q (w sensie metryki ϱ) wtedy i tylko wtedy gdy $\varrho(p, x) = \frac{1}{2} \varrho(p, q) = \varrho(x, q)$.

A więc środek jest to taki punkt x , który leży między p i q i jest równo odległy od p i q . Na płaszczyźnie z metryką kartezjańską lub kolejową każda para punktów ma dokładnie jeden środek, natomiast na płaszczyźnie z metryką miejską każda para punktów nie leżących na jednej „ulicy” ma nieskończenie wiele środków. Znalezienie takiego zbioru środków pozostawiamy Czytelnikowi. Na okręgu z metryką kartezjańską żadna para punktów nie ma środka, na okręgu z metryką łukową $\check{\varrho}$ każda para posiada środek, a pary antypodów mają po dwa środki. Przestrzeń metryczna, w której każda para punktów ma co najmniej jeden środek, nazywa się *wypukłą*, a taka, w której każda para punktów ma dokładnie jeden środek — *mocno wypukłą*. A więc płaszczyzna z metryką ϱ lub ϱ^* jest mocno wypukłą, a z metryką $\check{\varrho}$ jest wprawdzie wypukłą, ale nie jest mocno wypukłą. Przykładem przestrzeni, która nie jest wypukłą, jest okrąg z metryką ϱ .

CDN

Przygoda w fizyce

Prof. Marian DANYSZ, członek rzeczywisty PAN

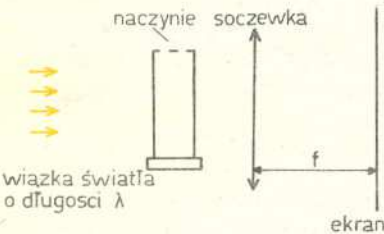
Ludwik Wertenstein (ur. 16 IV 1887, zm. 18 I 1945) studiował w Paryżu, był asystentem Marii Skłodowskiej-Curie. W jej zastępstwie kierował Pracownią Radiologiczną Warszawskiego Towarzystwa Naukowego. Prof. M. Danysz (ur. 17 III 1909) jest znany naszym Czytelnikom z artykułów omawiających odkrycie hiperjader («Delta», 1974, nr 10) oraz podwójnego hiperfragmentu («Delta» 1974, nr 1), w których to odkryciach uczestniczył.

Z górą chyba czterdzieści lat temu byłem zatrudniony w Pracowni Radiologicznej w Warszawie, kierowanej przez profesora Ludwika Wertensteina. Głównym wyposażeniem pracowni był właściwie dar Marii Skłodowskiej-Curie w postaci 60 mg radu. Rad ten stanowił źródło wszystkich aktywności, z którymi, pracowano w laboratorium. Lata trzydzieste, kiedy pracowałem w laboratorium były okresem bardzo ciekawym. Wtedy właśnie odkryto neutron, pozyton, a Fryderyk Joliot-Curie odkrył promieniotwórczość wzbudzoną przez naświetlanie rozmaitych materiałów cząstkami α . Pamiętam, że kiedyś zwróciłem



Rozwiązanie zadania F13.

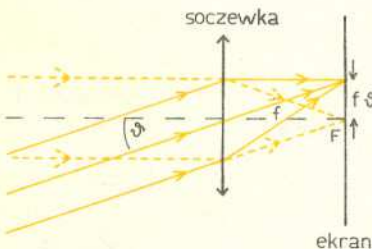
Na skutek wytworzenia się fali stojącej w cieczy gęstość cieczy nie będzie stała, lecz będzie się zmieniać okresowo wraz z odległością od dna naczynia. Łatwo zauważyć, że punkty maksymalnego rozrzedzenia cieczy są odległe o L , gdzie L jest równe połowie długości fali ultradźwiękowej w cieczy. W punktach maksymalnego zgęszczenia cieczy będzie przepuszczać światło znacznie gorzej niż w punktach jej maksymalnego rozrzedzenia. Jeśli oświetlimy naczynie wiązką równoległą światła, to zgęszczenia cieczy będą odgrywać rolę identyczną jak rysy na siatce dyfrakcyjnej (długość fali ultradźwiękowej jest rzędu dziesiątych części milimetra). Szybkość zmian gęstości cieczy możemy zaniedbać w porównaniu



z prędkością światła. Układ zestawiamy więc w sposób następujący: Naczynie z cieczą działa jak siatka dyfrakcyjna i w związku z tym maksima dyfrakcyjne powinniśmy obserwować pod kątem względem kierunku wiązki spełniającym warunek

$$L \sin \theta_m = m\lambda, \quad m = 1, 2, \dots$$

Dla małych kątów θ możemy przybliżyć $\sin \theta \approx \theta$. Wiązka światła równoległego padająca na soczewkę pod małym kątem jest skupiona w płaszczyźnie ogniskowej soczewki w odległości f od ogniska. W płaszczyźnie



ogniskowej umieszczony jest ekran, na którym powinniśmy obserwować prążki dyfrakcyjne w punktach odległych o x_m od ogniska, przy czym dla małych θ

$$x_m = f \theta_m = \frac{f\lambda}{L} \cdot m, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Mierząc odległość Δx prążków dyfrakcyjnych na ekranie, która dana jest wzorem

$$\Delta x = \frac{f\lambda}{L},$$

możemy wyznaczyć długość fali ultradźwiękowej $2L$, a stąd jej prędkość rozchodzenia v , gdyż oczywiście $v = 2L \cdot \nu$.

Mianowicie:

$$\nu = \frac{2f\lambda}{x}$$

Dobrze jest wiedzieć, jakiej odległości Δx między prążkami dyfrakcyjnymi należy oczekiwać na ekranie. Przyjmując, że $\nu = 4000 \text{ kHz}$, $f = 30 \text{ cm}$, $\lambda = 589 \text{ nm}$ (żółta linia sodu), zaś v jest rzędu tysiąca metrów na sekundę (dźwięk biegnie w cieczach kilka razy szybciej niż w powietrzu), co zapisujemy: $v \approx 1000 \text{ m/s}$, otrzymujemy:

$$\Delta x = \frac{2 \cdot 4000 \cdot 0,3 \cdot 589 \cdot 10^{-9}}{1000} \text{ m} \approx$$

$= 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,5 \text{ mm}$; przy przyjętych warunkach odległości między prążkami dyfrakcyjnymi powinny więc być rzędu milimetra. 1 nm (nanometr) = 10^{-9} m

się do prof. Wertensteina mówiąc z pewnym żalem: „Panie Profesorze, to właściwie wszystko wiemy. Wiemy, że cały świat nas otaczający składa się z atomów, atomy z jąder, dookoła których krążą elektrony, jądra z protonów i neutronów. Właściwie to pozostały nam detale”. Wertenstein uśmiechnął się, poklepał mnie po ramieniu i powiedział: „Nie bój się, starczy jeszcze dla Was”.

W kilka miesięcy po odkryciu przez Joliotę promieniotwórczości wzbudzonej **naświetlaniem** cząstkami α pracowałem z Michałem Żywym używając małego źródła cząstek alfa. Przygotowaliśmy je zresztą sami w aparaturze szklanej, w której znajdowało się w roztworze wodnym te 60 mg radu w postaci chlorku radu. Wyciągaliśmy znad roztworu emanację radu, oczyszczaliśmy ją i kondensowaliśmy w małej szklanej rurce, w której końcu wtopiona była płytka platynowa.

Po jakimś dniu, dwóch dniach pozostawiania płytki w atmosferze radonu powierzchnia jej była aktywowana produktami jego rozpadu. Po usunięciu radonu, odcięciu rurki, wyjęciu płytki i umieszczeniu jej w odpowiedniej osłonie naprzeciwko cienkiego okienka, które przepuszczało cząstki alfa i zatrzymywało jądra odskoku, mieliśmy źródło cząstek alfa.

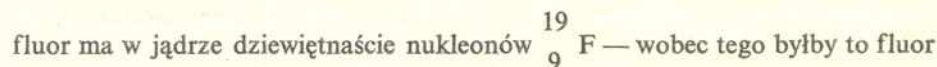
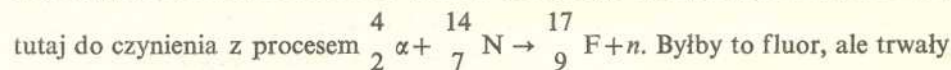
Otóż naświetlając różne tarcze cząstkami alfa stwierdziliśmy bardzo dziwny efekt, którego nie rozumieliśmy. Niezależnie od tego, co naświetlaliśmy, materiał stawał się radioaktywny. Z absorpcji wynikało, że w wyniku rozpadu emitowane są elektrony. Co zaś było najbardziej uderzające — to że czas połowicznego zaniku niezależnie od materiału naświetlanego był zawsze ten sam, około jednej minuty.

Wertenstein nawet sugerował, że może dzieje się coś z cząstką alfa. Otóż kiedyś wieczorem zastanawialiśmy się nad tym i doszliśmy do przekonania, że jeszcze jeden czynnik jest wspólny we wszystkich tych eksperymentach, mianowicie atmosfera powietrza. Myśmy naświetlali w powietrzu — może był to wynik oddziaływania cząstek alfa z jądrami składników powietrza?

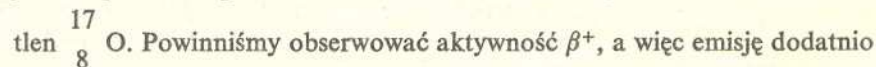
No i zaczęliśmy zadawać pytania. Naświetliliśmy tarczę w próżni — efekt zagał.

No dobrze, efekt zależy od powietrza. Naświetliliśmy w atmosferze tlenu — efektu nie było. Po naświetleniu w atmosferze azotu efekt pojawił się.

Wiedzieliśmy wobec tego, że jest to oddziaływanie alfa-azot. W tym czasie wiedzieliśmy również, że bombardowane cząstkami alfa substancje zawierające azot stają się źródłem neutronów. Można wobec tego było przypuszczać, że mamy



z niedomiarem neutronów. Jeżeli jest niedomiar neutronów, to jest to prawdopodobnie jądro nietrwałe. Jeżeli jądro jest nietrwałe, to prawdopodobnie jeden z protonów przechodzi w neutron, wobec czego fluor zamienia się w trwały



naładowanych cząstek.

Wzięliśmy wobec tego nasze naświetlone płytki, licznik Geigera (sami go zresztą zrobiliśmy) i umieściliśmy w polu magnetycznym w taki sposób, że przy określonym kierunku pola magnetycznego licznik faworyzował detekcję cząstek ujemnych; przy zmianie pola faworyzowana była detekcja cząstek dodatnich. Pomiar wykazał, że mamy do czynienia z emisją cząstek naładowanych dodatnio.

Mieliśmy rację: dziwny efekt powodowało oddziaływanie cząstek alfa z azotem w powietrzu.

Nasze doświadczenia skończyliśmy koło dziewiętej rano, to znaczy spędziliśmy w laboratorium całą noc. Pamiętam, że kiedy wychodziłem z rana z pracowni, byłem pod niesłychanie silnym wrażeniem możliwości takiego dialogu z przyrodą, zadawania pytań, uzyskiwania odpowiedzi i tego, że w ciągu jednej nocy można było rozwiązać zagadnienie, potwierdzić lub odrzucić taką czy inną hipotezę.

Gdy patrzę wstecz na swoje przeżycia z różnych czasów, jeżeli chodzi o pracę doświadczalną, to muszę przyznać, że to była chyba najfantastyczniejsza przygoda, jaka mnie spotkała.