Nadprzewodnictwo i tunelowanie

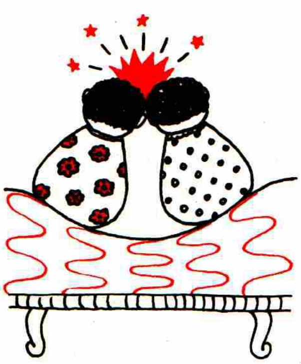
(Nagroda Nobla 1973)

Dr Andrzej PINDOR

Przyznana w ubiegłym roku Nagroda Nobla z fizyki wyróżniła trzech naukowców zajmujących się badaniami „zjawisk tunelowych": Japończyka L. Esaki, Norwega I. Gieawera i Anglika B. D. Josephsona, przy czym dwaj ostatni prowadzili badania w dziedzinie nadprzewodnictwa. Termin „zjawiska tunelowe" nie mówi wiele niespecjalistom i wymaga oddzielnego omówienia, ale zdziwienie laika może także wzbudzić fakt, że drugi rok z rzędu uhonorowano Nagrodą Nobla badania z dziedziny nadprzewodnictwa. W roku 1972 Nagrodę Nobla z fizyki otrzymali, jak pamiętamy, trzej Amerykanie: J. Bardeen, L. N. Cooper i J. R. Schrieffer — za opracowanie mikroskopowej teorii nadprzewodnictwa. Przyznanie drugi rok z rzędu Nagrody Nobla za badania w dziedzinie nadprzewodnictwa jest odbiciem faktu, że ten dział fizyki odgrywa ogromną rolę i znajduje coraz bardziej istotne zastosowania.

Zjawisko nadprzewodnictwa zostało odkryte w 1911 r. przez H. Kamerlingh-Onnesa z Holandii. Ochładzając rtęć do bardzo niskich temperatur (kilku stopni powyżej absolutnego zera) stwierdził on, że poniżej pewnej temperatury opór próbki staje się tak mały, iż nie sposób go zmierzyć — praktycznie jest równy zeru. Stąd też zjawisko, które wykryto później dla szeregu innych metali, stopów i związków metalicznych, otrzymało nazwę „nadprzewodnictwo".

Przez wiele lat zjawisko naprzewodnictwa pozostawało niezrozumiałe. Ilościowego wyjaśnienia wspomnianej powyżej, jak i szeregu innych, bardziej szczegółowych własności nadprzewodników dostarczyła dopiero w 1957 r. teoria Bardeena, Coopera i Schrieffera (zwana w skrócie teorią BCS). Według tej teorii występowanie nadprzewodnictwa uwarunkowane jest istnieniem między elektronami metalu siły przyciągającej. Jak wiadomo elektrony, będąc naładowane ujemnie, w próżni odpychają się nawzajem siłą Coulomba. W metalu ujemnie naładowany elektron przyciąga dodatnio naładowane jony, co prowadzi do lokalnej, miejscowej deformacji sieci krystalicznej. Deformacja podąża śladem poruszającego się elektronu, a elektron ten niejako ciągnie ją za sobą. W obszarze deformacji gęstość dodatniego ładunku jonów jest większa od średniej, co może spowodować przyciągnięcie do tego obszaru innego elektronu. Przypomina to trochę sytuację na miękkiej kanapie, na której siadają dwie osoby blisko siebie. Każda z nich, deformując sprężyny kanapy (rys. 1), ściąga do wgłębienia drugą osobę.



Rys. 1

W pewnych warunkach takie wywołane pośrednictwem sieci oddziaływanie przyciągające między elektronami może okazać się silniejsze niż odpychanie kulombowskie. Takie metale są nadprzewodnikami w temperaturach, w których termiczne drgania sieci stają się mniejsze od deformacji sieci powodowanych przez elektrony.

W tym miejscu musimy zrobić dygresję i przypomnieć pewne wiadomości dotyczące mechaniki kwantowej. Jak wiadomo, fizyka klasyczna nie potrafi poprawnie opisać zachowania się obiektów mikroskopowych, takich jak atomy i elektrony. Zgodny z wynikami eksperymentów opis zjawisk zachodzących w mikroświecie daje dopiero mechanika kwantowa, która mówi, że zachowanie się obiektu fizycznego (takiego jak elektron) określone jest przez pewną funkcję na ogół o wartościach zespolonych, zależną od zmiennych przestrzennych i czasu. Nosi ona nazwę „funkcja falowa". Funkcja ta jest rozwiązaniem tak zwanego równania Schrödingera, które w mechanice kwantowej spełnia taką samą rolę, jak równanie ruchu ($F = ma$) w mechanice klasycznej. Równanie Schrödingera jest bardzo podobne do równania fali w ośrodku sprężystym (i faktycznie po raz pierwszy zostało napisane przez analogię z równaniem dla fali), dlatego jego rozwiązanie nosi nazwę funkcji falowej. Funkcja falowa cząstki swobodnej o określonym pędzie jest zresztą niemal identyczna z funkcją opisującą falę płaską.

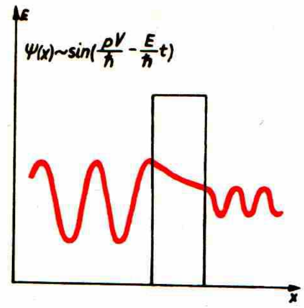
Kwadrat modułu wartości funkcji falowej w jakimś punkcie przestrzeni ma interpretację gęstości prawdopodobieństwa, że cząstka znajduje się w tym punkcie. Podstawową cechą mechaniki kwantowej jest to, że nie możemy powiedzieć, gdzie cząstka się znajduje (o ile wiemy coś o jej pędzie); możemy tylko powiedzieć, jakie jest prawdopodobieństwo, że cząstka znajduje się w tym punkcie, a jakie, że w innym.

Wspomniane na początku zjawisko tunelowe jest typowym zjawiskiem kwantowym, tzn. do jego wyjaśnienia konieczne jest przyjęcie, że zachowaniem się atomów i elektronów rządzą prawa mechaniki kwantowej.

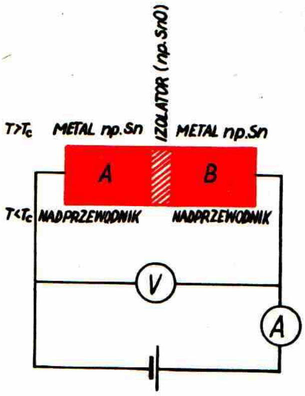
Wyobraźmy sobie, że w przestrzeni mamy elektron o jakiejś energii kinetycznej — klasycznie $E = mv^2/2$ (dla prostoty będziemy rozważać przestrzeń jednowymiarową).

Rozwiązanie zadania M20

Zauważmy, że sześcian liczby naturalnej przy dzieleniu przez 7 daje resztę 0, 1 lub 6, mamy bowiem $(7k+r)^3 = 7^3k^3 + 3\cdot 7^2\cdot k^2r + 3\cdot 7\cdot kr^2 + r^3$, a więc sześcian liczby naturalnej daje przy dzieleniu przez 7 taką samą resztę, jak sześcian reszty z dzielenia tej liczby przez 7. Wystarczy więc stwierdzić, jakie reszty z dzielenia przez 7 dają liczby 0^3, 1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, 6^3. Zauważmy ponadto, że liczby 2^n przy dzieleniu przez 7 dają resztę 1, 2 lub 4, bowiem n jest jednej z postaci: $3r$, $3r+1$, $3r+2$, a liczby $2^{3r}-1$, $2^{3r+1}-2 = 2(2^{3r}-1)$ i $2^{3r+2}-4 = 4(2^{3r}-1)$ są podzielne przez 7, gdyż $2^{3r}-1 = (2^3-1)(2^{3(r-1)}+2^{3(r-2)}+ \ldots +1)$. Gdyby więc istniały liczby naturalne m, n, dla których zachodziłaby równość $m^3+13 = 2^n$, to reszty z dzielenia liczb m^3+13 i 2^n przez 7 byłyby równe. Jednakże m^3+13 daje resztę 6, 0 lub 5, zaś 2^n — 1, 2 lub 4; reszty nie są więc nigdy równe. Otrzymana sprzeczność kończy rozwiązanie zadania.



Rys. 2



Rys. 3

Dyskusja problemu a) F7.

a) przypadek różnych wartości mas i promieni kul

Zastosowanie zasad zachowania pędu i energii prowadzi do związków:

$$V_{1p} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_0 \sin \alpha,$$

$$V_{2p} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} V_0 \sin \alpha,$$

gdzie

$$\cos \alpha = \frac{b}{R_1 + R_2}.$$

Jeżeli $m_1 > m_2$, to składowa prostopadła pędu kuli toczącej się zmniejsza swą wartość. ale nie zmienia znaku, natomiast w przypadku $m_2 > m_1$ — zmienia również znak.

Kąt rozproszenia θ jest skomplikowaną — ale możliwą do obliczenia (zachęcamy!) — funkcją parametru zderzenia b. Dla przypadku $m_2 > m_1$ funkcja ta dana jest wzorem:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{2m_1 b \sqrt{(R_1 + R_2)^2 - b^2}}{b^2(m_1 + m_2) + (m_2 - m_1)[(R_1 + R_2)^2 - b^2}.$$

Po obliczeniu funkcji $\theta(b)$ poszukiwany rozkład znajdujemy z następującego ogólnego wzoru (skąd on wynika?):

$$\frac{dN}{d\theta} = \frac{dN}{db}\left(\frac{d\theta}{db}\right)^{-1} = c\left(\frac{d\theta}{db}\right)^{-1}.$$

W danym przypadku:

$$\frac{d\theta}{db} \equiv \frac{d\operatorname{tg}\theta}{db} \cdot \left(\frac{d\operatorname{tg}\theta}{d\theta}\right)^{-1} = \cos^2\theta \frac{d\operatorname{tg}\theta}{db}.$$

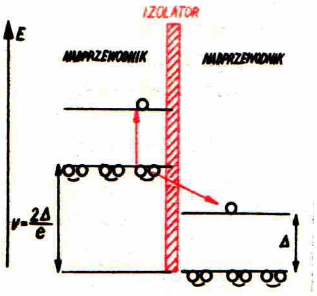
Niech teraz gdzieś w przestrzeni istnieje obszar dużego ujemnego potencjału elektrycznego V. W obszarze tym elektron miałby energię potencjalną eV (dodatnią). Jeżeli $eV > E$, to z klasycznego punktu widzenia elektron nie może znaleźć się w tym obszarze i dobiegając do jego krawędzi ulega odbiciu. W ramach mechaniki kwantowej zachowanie się elektronu opisuje funkcja falowa, którą wyznacza się z równania Schrödingera. Rys. 2 pokazuje postać rzeczywistej części funkcji falowej dla rozważanego przypadku. Widzimy, że również poza obszarem wysokiego potencjału (zwanym barierą) funkcja falowa nie jest równa zeru, co oznacza, że istnieje różne od zera prawdopodobieństwo znalezienia tam elektronu. Takie przejście cząstki przez nieprzenikalną z klasycznego punktu widzenia barierę nazywamy właśnie tunelowaniem. W konkretnych fizycznych eksperymentach sytuacja taka powstaje na przykład w przypadku dwóch kawałków metalu rozdzielonych izolatorem (patrz rys. 3). Klasycznie układ ten (zwany złączem tunelowym) nie będzie przewodził prądu elektrycznego — dopiero tunelowanie elektronów przez warstwę izolatora może dać pewien prąd, zwany prądem tunelowym. Aby prąd ten był mierzalny (co najmniej rzędu μA), grubość warstwy izolatora nie może przekraczać kilkudziesięciu Å (1Å = 10^{-10} m).

Wróćmy teraz do nadprzewodnictwa. Przyciągające oddziaływanie między elektronami prowadzi, po pierwsze, do wiązania elektronów w pary, które w pewnym sensie zachowują się jak cząstki o ładunku $2e$, a po drugie — do silnej współzależności ruchu wszystkich par. W języku mechaniki kwantowej mówimy, że funkcje falowe wszystkich par traktowanych jako oddzielne cząstki są identyczne — charakteryzują się nie tylko taką samą długością fali, ale również wszędzie mają taką samą fazę, co odpowiada najmniejszej energii układu elektronów. Faza funkcji falowej zależy od położenia i czasu, ale dla wszystkich par jest taka sama w każdej chwili i w każdym punkcie.

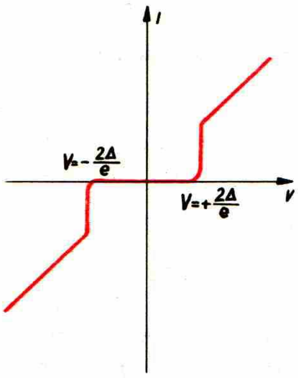
Mówi się czasem, że zjawisko nadprzewodnictwa jest demonstracją mechaniczno-kwantowego zachowania się elektronów na skalę makroskopową. Szczególnie dobrze ilustruje to omówione poniżej zjawisko, przewidziane w 1962 r. przez Josephsona. Wyobraźmy sobie dwa kawałki nadprzewodnika rozdzielone cienką warstwą izolatora (rys. 3). Jeżeli warstewka jest dostatecznie cienka, rzędu 10 Å, mogą przez nią tunelować pary elektronowe. Fazy wszystkich par w nadprzewodniku A są równe, fazy wszystkich par w nadprzewodniku B też są równe, ale między fazą par w A i fazą par w B może istnieć różnica. Ponadto faza pary zależy od jej ruchu, para tunelująca przez obszar izolatora zmienia więc swoją fazę o ustaloną wielkość, bez względu na to, czy tuneluje z A do B czy z B do A. Niech wielkość ta wynosi δ, i niech faza par w B będzie akurat o tyle większa od fazy par w A. Wtedy pary z A mogą swobodnie tunelować do B, bo gdy znajdują się tam, ich faza dokładnie pasuje do fazy innych par w B. Z drugiej strony para, która przetunelowała z B do A, ma większą fazę o 2δ od fazy par w A (będąc w B miała fazę większą o δ i tunelując przez izolator zwiększyła jeszcze swoją fazę o δ). Jeżeli 2δ jest wielokrotnością 2π (np. 0), para taka również pasuje dobrze do par w A i nic nie stoi na przeszkodzie tunelowaniu z B do A. W tej sytuacji natężenie wypadkowego prądu przez izolator jest równe zeru. Jeżeli $2\delta = \frac{\pi}{2}$, to para tunelująca z B nie pasuje zbyt dobrze do par w A i prąd tunelowy z B do A jest mniejszy niż z A do B, co daje wypadkowy prąd z A do B. Prąd ten jest maksymalny, gdy $2\delta = \pi$; wtedy tunelowanie z B do A w ogóle nie może zachodzić, bo para, która przetunelowałaby z B do A, miałaby dokładnie przeciwną fazę do par w A. W rezultacie w odpowiednich warunkach przez warstwę izolatora może płynąć prąd bez różnicy potencjałów, jakbyśmy mieli do czynienia z jednym kawałkiem nadprzewodnika. Jak wspomnieliśmy, zjawisko to zostało przewidziane teoretycznie w 1962 r. przez B. D. Josephsona i potwierdzone eksperymentalnie w 1963 r. Nosi ono nazwę stałoprądowego zjawiska Josephsona.

W pewnych warunkach na warstwie izolatora może powstać różnica potencjałów V. Wtedy różnica faz między dwoma nadprzewodnikami będzie zmieniać się w czasie, co pociągnie za sobą zmienny w czasie wypadkowy prąd tunelowy przez izolator, bo prąd ten zależy przecież od różnicy faz. Prąd tunelowy będzie oscylował z częstością $\nu = 2eV/\hbar$ (okres będzie równy czasowi T, po jakim faza zmieni się o 2π; więc $\frac{E}{\hbar} T = \frac{2eV}{\hbar} T = 2\pi$; $\hbar = h/2\pi$).

Złącze tunelowe będzie więc źródłem promieniowania elektromagnetycznego, którego częstości okazują się być rzędu setek gigaherców. Zjawisko to, również przewidziane przez Josephsona, nosi nazwę zmiennoprądowego zjawiska Josephsona.



Rys. 4



Rys. 5

Zjawisko Josephsona znalazło szereg zastosowań, od bardzo dokładnego pomiaru e/h, do budowy detektorów mikrofalowego promieniowania elektromagnetycznego, wytwarzanych obecnie na skalę przemysłową. Dokładne omówienie wszystkich zastosowań wymagałoby oddzielnego artykułu.
Jeżeli warstwa izolatora jest trochę grubsza (20–30 Å), tunelowanie par staje się bardzo mało prawdopodobne, ale dosyć prawdopodobne może być jeszcze tunelowanie pojedynczych elektronów. Takich elektronów w nadprzewodniku może jednak nie być; jeżeli bowiem temperatura nadprzewodnika jest dużo niższa od temperatury przejścia w stan nadprzewodnictwa (a więc naprawdę bardzo niska), to można uważać, że wszystkie elektrony tworzą pary. Aby parę elektronową rozbić na dwa pojedyncze elektrony, trzeba dostarczyć im pewną energię, zwaną energią wiązania pary i oznaczaną 2Δ (na każdy elektron trzeba dostarczyć energię Δ). Przykładowo, dla cyny wartość tej energii wynosi $2\Delta \approx 1 meV = 10^{-3} eV$. Zatem, jeżeli do tunelowego złącza nadprzewodzącego, o barierze zbyt grubej, aby mogły tunelować pary, przyłożymy napięcie $V < 2\Delta/e$, to prąd nie będzie płynął, bo nie ma elektronów, które mogłyby tunelować.
Z chwilą, gdy napięcie polaryzacji złącza wyniesie $2\Delta/e$, może następować rozrywanie par dzięki energii dostarczanej przez pole elektryczne tunelującemu składnikowi pary. Pokazuje to rys. 4. Na rysunku tym za zero energii przyjęto energię elektronów związanych w parach po prawej stronie złącza. Pojedynczy elektron może tu mieć najmniejszą energię $E = \Delta$ i na ten poziom przechodzi tunelujący elektron z rozbitej pary po lewej stronie złącza. Zależność prądu tunelowego od przyłożonego napięcia dla takiego złącza pokazuje rys. 5.
Z powyższych rozważań jest jasne, że eksperyment tego typu pozwala na bezpośredni pomiar bardzo ważnego mikroskopowego parametru nadprzewodnika — energii wiązania par elektronowych.
Pomysł i wykonanie tego eksperymentu jest dziełem I. Giaevera. Eksperymenty z tunelowaniem jednoelektronowym zostały następnie rozszerzone i bardzo udoskonalone i stały się jednym z najważniejszych narzędzi badania nadprzewodników. Umożliwiły one również weryfikację wielu założeń teorii BCS oraz szczegółowe badanie odstępstw od tej teorii. W chwili obecnej jednoelektronowe złącza tunelowe stosowane są również jako narzędzie badania w innych dziedzinach fizyki ciała stałego, np. w fizyce półprzewodników.
Podsumowując możemy powiedzieć, że badania tunelowe pozwoliły lepiej zrozumieć zjawisko nadprzewodnictwa i stanowią obecnie jedno z podstawowych narzędzi jego badania, stosowanych w licznych laboratoriach na świecie, między innymi w Instytucie Fizyki Polskiej Akademii Nauk w Warszawie.

Czarne jamy

Doc. dr hab. Marek DEMIAŃSKI

Kiedy w pogodną noc obserwujemy niebo, widzimy setki świecących punkcików — gwiazd. Wszystkie one wydają się podobne jedne do drugich i co najwyżej możemy stwierdzić, że jedne świecą światłem białym, inne zaś są pomarańczowe. Dopiero potężne teleskopy anten radiowych, a ostatnio i detektory promieniowania X pozwalają w tej pozornej monotonii dostrzec ogromną różnorodność.
Większość tych widzialnych gołym okiem punkcików to faktycznie takie gwiazdy, jak najbliższe nam Słońce. Niektóre jednak, oglądane przez silne teleskopy, okazują się złożonymi układami dziesiątków milionów gwiazd — galaktykami. Jeszcze inne, które na kliszach fotograficznych wyglądają jak gwiazdy, są złożonymi, zagadkowymi obiektami promieniującymi bardzo duże ilości energii. To kwazary. Niektóre gwiazdy „mrugają" do nas — niestety tak szybko, że nie jesteśmy w stanie zauważyć tego gołym okiem; stosując jednak specjalne urządzenia do pomiaru szybko po sobie następujących sygnałów, możemy to „mruganie" zaobserwować. I tu rzecz bardzo dziwna; taki duży układ jak gwiazda mruga z niespotykaną dotąd regularnością, niemal jak zegar atomowy. Te mrugające gwiazdy są w istocie bardzo gęste, tak gęste, jak na przykład jądra uranu lub żelaza; i jak na gwiazdy — są bardzo małe, bo ich promienie mają zaledwie kilkanaście kilometrów. Zarówno kwazary, jak i pulsary zostały najpierw zaobserwowane, a później dopiero próbowano opisać teoretycznie ich własności.

Rozwiązanie zadania M21
Zauważmy, że sześcian liczby całkowitej m daje przy dzieleniu przez 9 resztę 0,1 lub 8. Jeżeli bowiem m jest podzielne przez 3, to m^3 daje resztę 0; jeżeli $m = 3r+1$, to $m^3 = 27r^3+27r^2+9r+1$; jeżeli zaś $m = 3r+2$, to $m^3 = 27r^3+54r^2+36r+8$. Gdyby więc dla pewnych liczb całkowitych x, y, z było $13 = x^3+y^3+z^3$, to reszta z dzielenia liczby $x^3+y^3+z^3$ przez 9 byłaby równa 4, co, jak łatwo sprawdzić, jest niemożliwe.