Rozwiązanie zadania M17.

Jeżeli n jest liczbą parzystą, to a_n jest liczbą parzystą większą od 2, a więc złożoną. Jeżeli zaś n jest liczbą nieparzystą: $n = 2k+1$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$), to $a_{2k+1} = (2k+1)^4 + 4^{2k+1} = (2k+1)^4 + 4\cdot 4^{2k} = (2k+1)^4 + 4\cdot(2^k)^4$. Zachodzi jednak tożsamość:

$$a^4+4b^4 = a^4+4a^2b^2+4b^4-4a^2b^2 = (a^2+2b^2)^2-(2ab)^2 = (a^2-2ab+2b^2)(a^2+2ab+2b^2),$$

z której wynika, że a_{2k+1} jest iloczynem dwóch liczb naturalnych. Może to więc być liczba pierwsza tylko wtedy, gdy mniejszy z czynników będzie miał wartość bezwzględną równą 1, a więc gdy dodatnia liczba $(2k+1)^2 - 2(2k+1)\cdot 2^k + 2\cdot(2^k)^2 = (2k+1-2^k)^2 + (2^k)^2$ będzie równa 1. Musi więc być $2^k = 1$, $k = 0$, i rzeczywiście $a_1 = 1^4+4^1 = 5$ jest liczbą pierwszą, jedyną w ciągu (a_n).

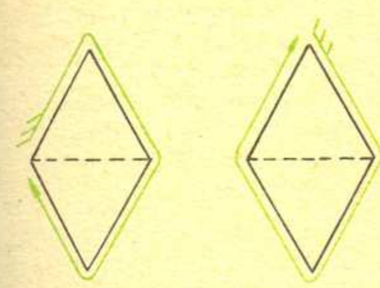
prądu) w krzemie (choć nie wpływa to na wygląd próbki). Łatwo to zauważyć w mikroskopie zwierciadlanym, gdyż ukazuje on nie sam widok powierzchni, lecz rozkład pola elektrycznego przy powierzchni. Łatwo też te efekty zmierzyć, gdyż zmianie liczby nośników prądu musi towarzyszyć zmiana oporu elektrycznego cienkiej warstwy powierzchniowej próbki (w tym miejscu, gdzie operuje wiązka jonów).

Zjawisko to tłumaczymy sobie następująco. Atomy galu wprowadzone do krzemu lokują się w węzłach sieci krystalicznej, zastępując tam atomy krzemu (a więc — tworząc też wiązania chemiczne z sąsiednimi atomami kryształu). Bombardujące próbkę jony lub cząstki wysokiej energii wdzierają się do niej i tam wybijają atomy galu z ich położeń w węzłach sieci do położeń międzywęzłowych. W takich położeniach atomy galu „czują się" jak przysłowiowe piąte koło u wozu. Nie zastępując już atomów krzemu w sieci, nie tworzą też wiązań chemicznych z innymi atomami, a więc nie wytwarzają dziur. Im więc silniejsze jest i dłużej trwa bombardowanie, tym więcej atomów galu jest wytrąconych z położeń węzłowych (do położeń międzywęzłowych); zmniejsza się więc liczba nośników prądu, a więc musi zmieniać się opór powierzchniowy próbki. Pomiary zmian powierzchniowego oporu próbki krzemu z cieniutką warstewką zawierającą atomy galu umożliwiają więc wyznaczenie dawki jonów (lub innych cząstek o wysokiej energii) pochłoniętych przez próbkę. O tę zasadę oparliśmy działanie nowego rodzaju bardzo czułego i bardzo małego dozymetru promieniowania jonizującego.

Jeśli próbka jest przez długi czas poddana działaniu dostatecznie silnego strumienia jonów, to oczywiście wszystkie atomy galu zostaną w niej elektrycznie zneutralizowane i cienka warstewka krzemu nasycona galem (a więc typu *p*) powróci do swych pierwotnych własności, czyli znów będzie typu *n*. W ten sposób odpowiednio cieniutką wiązką jonów można na niej „rysować", niczym ołówkiem na papierze, „kreski" typu *n*, czyli — wytwarzać powierzchniowe złącza *n–p* w bardzo dużych ilościach na bardzo małym obszarze. Być może znajdzie to zastosowanie do wytwarzania mikroskopijnych złącz *n–p* lub do zapisu informacji.

Zjawisko jest odwracalne w tym sensie, że skutki działania jonów na atomy galu w próbce można całkowicie zniweczyć. Wystarczy w tym celu podgrzać próbkę do temperatury około +200°C. Wtedy, wskutek silniejszych drgań cieplnych, atomy galu znów „powskakują" do węzłów sieci i wszystko powróci do stanu sprzed bombardowania próbki jonami.

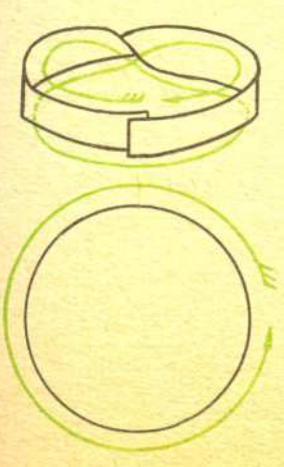
Nie wiemy jeszcze, dlaczego zjawisko to występuje tylko w krzemie domieszkowanym galem. Czyżby mogło ono powstawać jedynie w pewnych szczególnych warunkach, które spełnione są akurat w przypadku krzemu z galem jako domieszką, a w innych badanych przez nas przypadkach — nie? Jakie to ewentualnie mogą być warunki i w jaki sposób są określone przez wzajemne oddziaływanie atomów domieszek z atomami macierzystymi półprzewodnika?



Suwak od starej kurtki

również może być „przyborem" do uprawiania matematyki. Wytnijmy np. z grubszego filcu dwie jednakowe figury (jak na rysunku) i przyszyjmy jedną z części suwaka do pierwszej figury, a drugą do drugiej (również według wskazań rysunku). Wymiary figury ustalamy na podstawie długości suwaka. Linia przerywana oznacza załamanie filcu — aby je uzyskać, możemy złożyć wycięte figury wzdłuż tej linii i włożyć na pewien czas np. między książki albo przeprasować. Jeśli teraz zapniemy suwak, to otrzymamy czworościan.

Pytanie: Czy można (ewentualnie — jak?) uzyskać przez „zapinanie" sześcian? A inne wielościany foremne?



Weźmy teraz wąski pasek jakiejś cieńszej materii, nieco dłuższy od połowy suwaka. Gdy zszyjemy pasek według rysunku, otrzymamy wstęgę Möbiusa. Figura ta odznacza się tym, że jest jednostronna — co nas zresztą tu nie interesuje — i ma tylko jeden brzeg, co jest istotne, bo przyszywamy doń jedną z części suwaka. Drugą przyszywamy do brzegu koła odpowiedniej wielkości (wyciętego z tego samego materiału). Proszę teraz zapiąć. Nie da się? — to dobrze, gdyby się bowiem zapięło, mielibyśmy w ręku figurę czterowymiarową. Choć właściwie i tak mamy ją w ręku, tylko nieco „rozpiętą".

M.

Uwaga! Redakcja nie bierze odpowiedzialności za skutki używania suwaków z nowych kurtek.