



Najmłodszy entuzjaści matematyki i fizyki! Wasi starsi koledzy ofiarowali Wam na Dzień Dziecka 4 strony «Deltę». «Mała Delta», bo tak będzie się nazywał Wasz kącik, zaprasza do wspólnej zabawy. Starsi mają wstęp tylko w Waszym towarzystwie.

Od 1 stycznia 1975 roku «Małą Deltę» znajdziecie w każdym numerze.

## Czy umiecie się dziwić?

Czy umiecie patrzeć i słuchać? Czy umiecie się dziwić? To wcale nie proste. Wielu dorosłych tego nie potrafi. Najlepiej robią to niemowlęta. Jakiż zachwyt maluje się na buzi Waszej małej siostrzyczki lub braciszka, gdy ogląda paluszki, bada je, zgina, smakuje! Chce sprawdzić: może nadają się do jedzenia? A Wy? Od kilku lat jesteście w szkole. Sporo już umiecie, a niejeden z Was chwali się: „O, mnie to niełatwo zadziwić”. Jeżeli tak jest naprawdę, to bardzo niedobrze. Chociaż masz niewiele ponad dziesięć lat, jesteś stary, bardzo stary, bo świat jest ciekawy i zadziwiający, a ty już tego nie widzisz, nie słyszysz i nie czujesz. Widzieć, słyszeć i stać się dziwić — to znaczy być przyrodnikiem. To nie jest ważne, czy damy mu „uczona” nazwę: fizyk, chemik, biolog, matematyk. Jest to człowiek, który widzi zadziwiające rzeczy tam, gdzie inni przechodzą obojętnie. Nieważne, czy patrzy się gołym okiem na kałużę idąc z rodzicami na spacer, czy siedzi w laboratorium i korzysta z bardzo złożonej aparatury.



W kałuży wody zabrudzonej benzyną widać niekiedy piękne barwy tęczy. Można przebiec po niej rozpryskując krople wody, nie zauważając barw. Ot, widziało się to tyle razy. Można też przebiec rozpryskując krople ale dziwić się. Dlaczego widzę kolory? Dlaczego woda leci kropelkami, a nie stróżkami? Dlaczego woda leci w ogóle, przecież nikt jej do góry nie podrzuca?

Dziwne rzeczy dzieją się wszędzie. Na każdym kroku jest coś, czego nie rozumiemy. Jeżeli szukasz wytłumaczenia tego, czego nie rozumiesz w książkach, jeżeli pytasz innych — to dobrze, bo uczysz się dla zaspokojenia własnej ciekawości. Jeżeli cieszysz się ze zrozumienia każdej nowej rzeczy, jeżeli widzisz piękno świata — to jeszcze lepiej, bo jesteś prawdziwym badaczem.



## Niezwykła lekcja

Zbliżał się koniec roku szkolnego. Od paru dni było gorąco i słonecznie. Mikołajowi i jego kolegom trudno było wysiedzieć w szkole. Pewnego dnia wychowawca przyszedł do klasy i powiedział: — Jutro zamiast do szkoły pójdziemy wszyscy na basen. Będziemy się kąpać i bawić. Za to następną lekcję przyrody poprowadzicie sami. Na tej lekcji każdy powie, jakie ciekawe zjawiska zauważył na basenie i postara się je wytłumaczyć.

Była to bardzo udana lekcja. Oto niektóre problemy uczniów:

### CZY WODA BYŁA NAPRAWDĘ ZIMNA?

Maciek był bardzo zdziwiony:

— Kiedy przyszedliśmy na basen — powiedział — przeczytaliśmy na tablicy, że temperatura wody była taka, jak temperatura powietrza, czyli  $+25^{\circ}\text{C}$ . To musiała być pomyłka! Zanurzyłem w wodzie nogę i woda okazała się strasznie zimna. Wolałem zostać na brzegu.

— Mnie się wydaje, że to powietrze było zimniejsze od wody — powiedział Mikołaj, który lubił skakać do wody ze słupka. Ile razy wyszedłem z wody, robiło mi się zimno i musiałem szybko wskakiwać z powrotem, żeby nie zmarznąć.



— To teraz już wszystko rozumiem — powiedział Maciek. — Nie było żadnej pomyłki na tablicy. Woda miała taką temperaturę, jak powietrze. Mnie się wydawało, że jest zimniejsza dlatego, że woda łatwiej niż powietrze odbiera ciepło od ciała. W dodatku przed wchodzeniem do wody poleżałem trochę na słońcu i byłem bardzo rozgrzany. Natomiast po wyjściu z wody powietrze wydaje się zimniejsze. Dzieje się tak dlatego, że mokre ciało paruje, przez co traci ciepło.

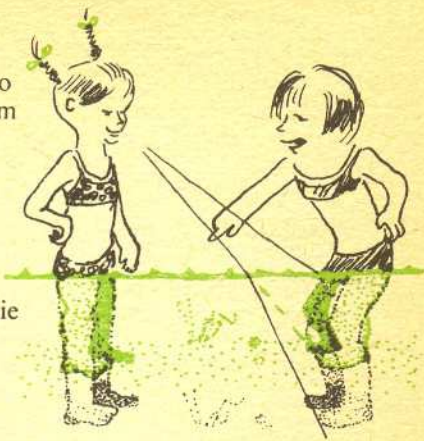
### KRÓTKIE NOGI

Krysia, która nie umie pływać, stała w rogu basenu i przyglądała się innym. Ze zdziwieniem spostrzegła, że stojące obok w wodzie do pasa koleżanki mają dziwnie krótkie nogi. Zresztą jej własne stopy też wydawały się trochę za blisko...

Powiedziała o tym na lekcji.

— To normalne, wszystkie przedmioty zanurzone w wodzie wydają się krótsze!

— Woda też wydaje się płytsza, niż jest! — posypały się głosy kolegów. Nikt jednak nie kwapił się z wytłumaczeniem tego „normalnego” zjawiska. Wreszcie Wacek, który świetnie rysował, natomiast na lekcjach przyrody zawsze siedział ze strachu pod ławką, podszedł do tablicy i zrobił rysunek, który wszystko wyjaśnił.



### CZY WODA JEST TWARDA?

Pytanie to zadał nauczyciel. Wszyscy się roześmiali. Wszyscy, z wyjątkiem Mikołaja, któremu nie udało się jeden skok do wody. Klapnął wtedy na wodę całą powierzchnią brzucha. On jeden wiedział, jak bardzo twarda jest woda.

Mówimy, że ciało jest miękkie, jeśli łatwo daje się ścisnąć; w przeciwnym zaś wypadku — twarde. Fizycy nazywają tę cechę ciał ściśliwością. Otóż gdyby ktoś z Was miał w naczyniu pod tłoczkiem wodę i opuszczał tłok, przekonałby się, że kiedy tłok osiągnie poziom wody, trudno go dalej obniżyć. Woda nie daje się ścisnąć. Jest bardzo „twarda”! Gdybyście to samo zrobili z grudką ziemi, okazałoby się, że łatwiej jest zmniejszyć objętość ziemi niż wody.

A więc woda jest twardsza od ziemi! Na szczęście dla Mikołaja woda ma tę właściwość, że cząsteczki jej poruszają się dość swobodnie. Dlatego woda częściowo „usunęła się” spod niego, co złagodziło to „twarde lądowanie”.



### Spór na rynku w Babilonie



▼    ▼▼    ▼▼▼    ▼▼▼▼  
1    2    5    10



Na rynku w Babilonie dwóch kupców, Nabonit i Enkidu, sprzedawało swoje towary. Łączyła ich wielka przyjaźń, ale też przy lada okazji lubili się sprzezczać i kłócić. Ostatnio powstał między nimi spór o sposób ważenia towarów. Obaj przyjaciele ważyli kładąc na jednej szalce wagi odważniki, a na drugiej towary. Enkidu używał czterech odważników, Nabonit również czterech, ale odważniki Enkidu różniły się od odważników Nabonita ciężarem. Enkidu używał następujących odważników: jeden o ciężarze 1 miny (mina to jednostka ciężaru na rynku w Babilonie), dwa odważniki po 2 miny i jeden o ciężarze 5 min. Natomiast Nabonit posługiwał się odważnikami o ciężarach: 1 mina, 2 miny, 5 min, 10 min.

— Mój komplet odważników jest lepszy — twierdził Nabonit — bo moimi odważnikami mogę odważyć nawet 18 min, a ty swoimi odważnikami zważyś najwyżej 10 min.

— Masz rację — odpowiedział Enkidu — ale ja zważę swoimi odważnikami każdy towar o ciężarze od 1 do 10 min. Jeśli mam zważyć większą ilość towaru, odważam je najpierw porcjami po dziesięć min, a na końcu resztę. Natomiast ty swoimi odważnikami nie potrafisz zważyć ani 4, ani 9 min!

Ich spór trwałby zapewne aż do dzisiaj, gdyby w końcu nie zdecydowali, że pójdą do biblioteki, pełnej bardzo mądrych glinianych tabliczek o matematyce (w owym czasie nie znano jeszcze książek), i spróbują dowiedzieć się z nich, jaki jest

3 9 27



najlepszy sposób ważenia. Siedzieli w bibliotece codziennie przez cały tydzień, czytając bardzo ciekawe tabliczki, a kiedy wrócili na rynek do swoich kramów, wyrzucili zaraz stare odważniki i zastąpili je nowymi.

— Nikt na całym rynku w Babilonie nie ma teraz lepszego kompletu odważników niż my — chwalili się głośno obaj przyjaciele.

Ponieważ o ich sporze słyszeli już niemal wszyscy w Babilonie, znalazło się wielu ciekawych, którzy chcieli się dowiedzieć, czego Nabonit i Enkidu nauczyli się siedząc cały tydzień w bibliotece i jak wygląda ich słynny komplet odważników. Nasi kupcy z wielką ochotą tłumaczyli wszystkim ciekawym, na czym polega nowy sposób ważenia.

— Chcieliśmy dobrać cztery takie odważniki, żeby za ich pomocą można było zważyć każdą ilość towaru, i to od jednej miny aż do tyłu, jak tylko jest to możliwe. Możliwości odważenia różnych ciężarów jest tyle, ile różnych zestawów da się ułożyć z czterech odważników. Uczyliśmy się matematyki cały tydzień i teraz już wiemy, że z czterech odważników da się ułożyć tylko 15 różnych zestawów przydatnych do ważenia, o czym zaraz wszystkich przekonamy. Oznaczmy cztery odważniki (nie wiemy jeszcze, po ile min mają one ważyć) czterema literami *A*, *B*, *C*, *D* i ustawmy je w pewnej kolejności. Najwygodniej nam będzie ustawić je tak: *D*, *C*, *B*, *A*. Będziemy teraz układać wszystkie możliwe zestawy tych odważników i rysowali je na specjalnym „matematycznym drzewku”.

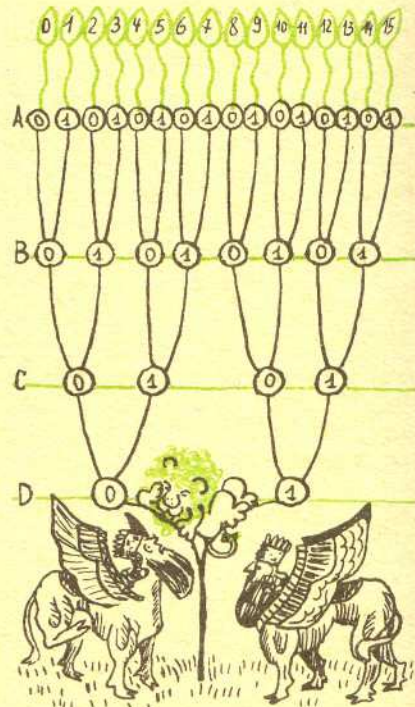
Tu Enkidu narysował na piasku „matematyczne drzewko” — takie, jakie na rysunku obok.

— Każda gałąź drzewka oznacza jeden z możliwych zestawów odważników — objaśnia Enkidu sporemu tłumowi ciekawych. — Idąc po drzewku od podstawy do jednego z wierzchołków ponumerowanych liczbami od zera do piętnastu, przecinamy po drodze cztery linie: *D*, *C*, *B*, *A*. Zestaw odważników układamy następująco: jeśli na linii *D* spotkamy po drodze zero, to do zestawu nie dobieramy odważnika oznaczonego literą *D*. Ale jeśli spotkamy jedynekę, wówczas włączamy ten odważnik do zestawu. Podobnie będziemy postępować na liniach *C*, *B* i *A*. Na przykład po drodze, która kończy się wierzchołkiem oznaczonym numerem 11, napotykamy kolejno: na linii *D* jedynekę (bierzemy odważnik *D*), na linii *C* zero (nie bierzemy odważnika *C*), na linii *B* jedynekę (bierzemy odważnik *B*) i na linii *A* jedynekę (bierzemy odważnik *A*). Przebytą drogę można zapisać: 1011. Zapis ten oznacza, że zestaw jedenasty składa się z odważników *DBA* (nie ma w nim jedynie odważnika *C*, bo tylko na drugim miejscu w tym zapisie jest zero).

(Tłumacz wie o tym, że Babilończycy zera nie znali — ale Czytelnicy przecież zero znają).

— Przechodząc od linii do linii zawsze napotykamy rozwidlenie dróg. Jedna z dróg rozwidlenia prowadzi do jedynek, a druga do zera. Oznacza to, że do jednego z zestawów będziemy brali kolejny odważnik, a do drugiego nie. Są to już wszystkie możliwości. A więc wszystkich zestawów jest dokładnie tyle, ile ma gałęzi „matematyczne drzewko”. Tylko jedna z gałęzi nie przyda się do ważenia, tj. ta, która się kończy w wierzchołku oznaczonym zerem. Idąc drogą do wierzchołka zerowego nie weźmiemy do zestawu żadnego odważnika, niczego więc takim zestawem nie zważymy. W pozostałych zestawach jest zawsze przynajmniej jeden odważnik i nie ma zestawów takich samych. A więc możliwości zważenia różnych ciężarów jest dokładnie 15 — zakończył objaśnienia Enkidu. Z kolei Nabonit pokazał wszystkim ciekawym nowy komplet odważników.

— Jest to najlepszy ze wszystkich możliwych kompletów czterech odważników — powiedział Nabonit. Można nim zważyć każdą ilość towaru o ciężarze od 1 do 15 min! Czy może być lepszy komplet odważników?



Czy domyślacie się, jak wygląda ten nadzwyczajny komplet? Jeśli nie udało się Wam go jeszcze dobrać, a jesteście ciekawi, jakie odważniki dobrali do swojego kompletu nasi przyjaciele, zdradzimy Wam jego tajemnicę. A więc odważniki *A*, *B*, *C*, *D* powinny ważyć kolejno 1, 2, 4 i 8 min (każdy następny dwa razy tyle, co poprzedni). Spróbujcie przy pomocy tego kompletu odważyć 11 min towaru i inne jeszcze ilości, a potem popatrzcie jeszcze raz na „matematyczne drzewko” kupców z Babilonu i sprawdźcie, ile będą ważyły odważniki każdego z zestawów, które otrzymamy idąc po drzewku szesnastoma różnymi drogami. Czy zauważyliście coś ciekawego?

Powróćmy jednak do naszych przyjaciół z Babilonu. Pamiętajcie, że Nabonit powiedział: „Czy może być lepszy komplet odważników?” Przekonaliście się chyba, że przy takiej metodzie ważenia, jaką się posługują nasi kupcy, lepszemu sposobu nie ma. Ale Nabonit nie wziął pod uwagę, że używając wagi szalkowej można kłaść odważniki na obie szalki. A przy takim sposobie ważenia można dobrać znacznie lepszy komplet od tego, jakim się posługują Nabonit i Enkidu. Odważniki *A*, *B*, *C*, *D* tego znacznie lepszego kompletu powinny ważyć kolejno: 1, 3, 9 i 27 min. Da się nimi zważyć każdą ilość towaru od jednej miny aż do czterdziestu! Na przykład dwadzieścia min można zważyć kładąc na jedną szalkę odważniki: 27 i 3 miny, a na drugą szalkę, wraz z ważonym towarem, odważniki 9 min i 1 minę. Spróbujcie tymi odważnikami odważyć jeszcze inne ilości towaru. Czy do takiego sposobu ważenia umiecie narysować „matematyczne drzewko” podobne do tego,

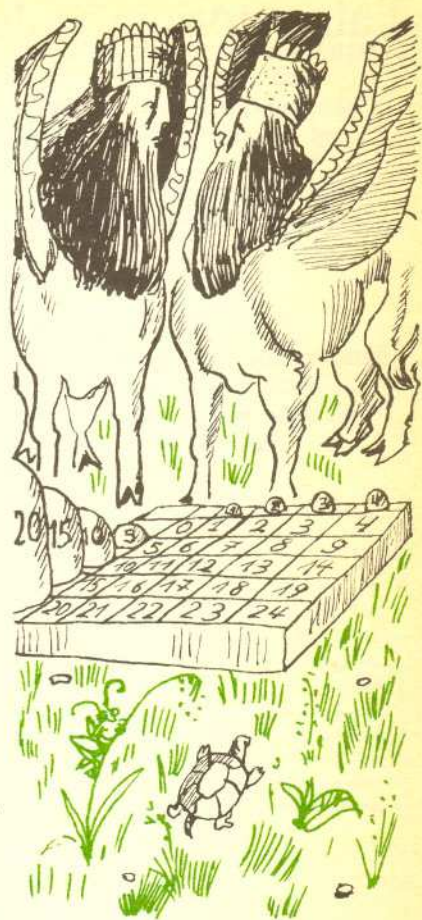


które narysował Enkidu? Spróbujcie! Bądźcie tylko przygotowani na to, że drzewko będzie miało wówczas aż 81 gałęzi, ale tylko czterdzieści z nich przyda się do ważenia (dlaczego?). Pamiętajcie też, że na każdej linii każda gałąź musi rozwidlać się na trzy odnogi. Jedną z nich oznaczcie znakiem minus (będzie to oznaczało, że kładziemy odważnik na szalce, na której znajduje się towar). Drugą oznaczcie zerem (nie kładziemy odważnika na żadną szalke) i wreszcie trzecią oznaczcie znakiem plus (kładziemy odważnik na szalke dla odważników). Innych możliwości już nie ma, a więc i to drzewko będzie wskazywało wszystkie możliwe układy odważników na szalkach.

Można dobierać także inne komplety odważników odpowiednio do różnych sposobów ważenia. Na przykład przy pomocy 18 odważników — dziewięciu odważników „mniejszych” 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 min oraz dziewięciu odważników „większych” 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 min — można zważyć każdą ilość towaru: od 1 do 99 min, przy czym na szalce znajduje się najwyżej jeden odważnik „mniejszy” i jeden „większy”. Czy wiecie, jak tą metodą zważyć 78 min towaru? Proste, prawda?

Jeśli proste, to weźcie teraz 8 następujących odważników: 4 odważniki „mniejsze” 1, 2, 3 i 4 miny oraz 4 odważniki „większe” 5, 10, 15 i 20 min. Jakie ciężary można nimi odważać, zachowując opisane wyżej warunki (na szalce kładziemy jeden odważnik „mniejszy” i jeden odważnik „większy”)? Do ważenia tymi odważnikami posłużcie się tabelką, którą narysowaliśmy obok. Pokazuje ona, jak układać z odważników wszystkie możliwe ciężary.

Czy umiecie obmyśleć jeszcze inne podobne komplety odważników? A czy potrafilibyście ułożyć komplet odważników do ważenia przy możliwości umieszczania na szalce najwyżej trzech odważników: jednego „małego”, jednego „średniego” i jednego „większego”?  
Jeśli zainteresowali Was różne metody ważenia i chcecie wiedzieć o nich coś więcej, zainteresujcie się działem matematyki, który mówi o **niedziesiątkowych systemach pozycyjnych!**

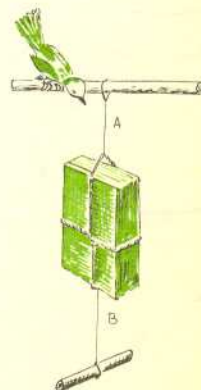


Wszystkiego trzeba się nauczyć, spostrzegania niezwykłych rzeczy także. Chcę Wam pomóc w tej nauce i dlatego proponuję wykonanie dwóch doświadczeń. Wy zaś postarajcie się zauważyć, jaka to cecha, własność materii odgrywa w tych doświadczeniach najważniejszą rolę.

Wyjaśnienie doświadczeń znajdziecie ukryte wewnątrz tego numeru — dobrze poszukajcie. A może sami dojdziecie do rozwiązania?

## DOŚWIADCZENIE 1 OPORNY CIĘŻAREK

Są nam potrzebne: kamień lub kulka metalowa, cienka nitka i drewniana rączka, na przykład ołówek. Przydadzą się dwa krzesła oraz kij od szczotki. Ustawmy dwa krzesła i połączmy na ich oparciach kij od szczotki. Do kija przywiążmy nitkę A, do nitki kamień, do kamienia znów nitkę B, a na końcu nitki rączkę. Zróbcie tak, jak pokazuje rysunek. Pociągajmy teraz za rączkę. Pierwszy raz powoli, zwiększając przyłożoną siłę aż do chwili zerwania nitki. Która nitka ulega zerwaniu: A czy B? (w doświadczeniu, które ja przeprowadziłem, zerwała się nitka A). Drugi raz, oczywiście po ponownym zawieszeniu na nowej nitce, szarpniemy rączką bardzo gwałtownie. Która nitka zerwie się tym razem? (ja zerwałem nitkę B). Czy nikogo nie dziwi wynik doświadczenia? Na odcinek nitki A działa siła ręki i siła, jaką Ziemia przyciąga kamień. Wydawałoby się, że zawsze powinien zerwać się odcinek nitki A. Tak jednak nie jest. Odkrywamy jakiś, na razie tajemniczy, czynnik, który przy gwałtownym szarpnięciu chroni nitkę A. Czy jest powód do zdziwienia? Moim zdaniem tak, warto się zastanowić.



## DOŚWIADCZENIE 2 DZIWNE ZACHOWANIE SIĘ MONETY

Weźcie szklankę, kartkę papieru i monetę 10-złotową. Na szklance kładziemy papier, a na nim, nad środkiem szklanki, monetę. Proszę teraz gwałtownie pociągnąć kartkę. Moneta spadnie do szklanki. Jeżeli operację przeprowadzimy powoli, moneta usunie się razem z kartką i spadnie poza obrębem szklanki. Czy widzicie analogię do poprzedniego doświadczenia? Czy jest w tym coś, co Was dziwi?



«Małą Deltę» opracowali T. Hofmokl, P. Nowicki, D. Ziemińska