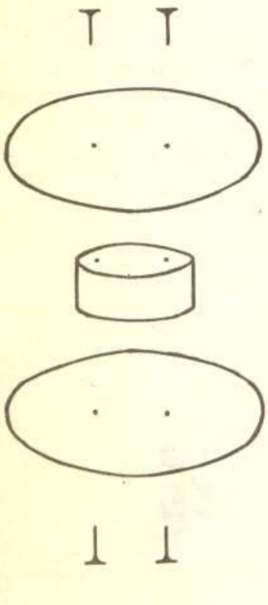
Dr Jan A. Gaj

NIESTRUDZONE WAHADEŁKO ALBO O NIEZBYT REZONANSOWYM REZONANSIE

Proponuję Wam dziś wykonanie urządzenia, które, odpowiednio zademonstrowane, pomoże Wam przekonać najzatwardzialszych oponentów (oczywiście, jeżeli nie czytają «Delty»), że tym razem już całkowicie posiedliście umiejętność skonstruowania *perpetuum mobile*. Jeżeli jesteście w stanie zdobyć tranzystor TG3A, diodę DZG1, mały magnesik i drut nawojowy, możecie zrobić wahadełko, które stale się waha. A jak? Tajemnicą jego ruchu jest oczywiście niezbyt rezonansowy rezonans, czyli

PARAMETRYCZNE POBUDZANIE DRGAŃ

Najlepszą ilustracją tego zjawiska jest rozpędzanie huśtawki przez uginanie nóg. Jak wiecie, trzeba w tym celu uginać nogi w skrajnych położeniach huśtawki, a prostować je w momencie, kiedy huśtawka przelatuje przez położenie równowagi i ma największą prędkość. Zgodnie z zasadą zachowania momentu pędu, zmniejszenie się momentu bezwładności (część masy zbliża się do osi obrotu) powoduje zwiększanie się prędkości kątowej, czyli rozpędzanie huśtawki. Jeżeli pomyślicie chwilę, to zauważycie następujące cechy tego sposobu:
1) pobudzanie układu do drgań odbywa się przez okresowe zmiany jednego z parametrów decydujących o okresie drgań własnych układu (moment bezwładności),
2) częstość pobudzania jest dwa razy większa od częstości drgań własnych układu (w ciągu jednego okresu huśtawka dwukrotnie przechodzi przez położenie równowagi i dwukrotnie prostujemy nogi), a nie równa jej, jak przy zwykłym rezonansie,
3) pobudzanie parametryczne może powiększać amplitudę już istniejących drgań, ale nie wywoła drgań układu spoczywającego.
Te trzy cechy są wspólne dla parametrycznego pobudzania dowolnych układów drgających, nie tylko mechanicznych. W układach elektrycznych zjawisko to można na przykład wykorzystać do budowy elementów cyfrowych maszyn matematycznych. My wykorzystamy je do zadziwiania znajomych, konstruując „wieczne wahadełko". Pierwszy etap naszej działalności to zaopatrzenie się w potrzebne

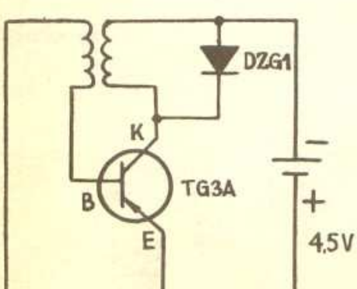


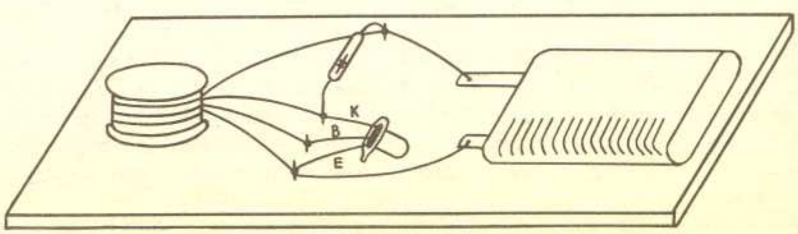
MATERIAŁY

1) Tranzystor TG3A lub inny podobny.
2) Dioda DZG1 — ale może być dowolna typu DZG.
3) Magnesik, najlepiej ferrytowy, o wymiarach np. $2 \times 2 \times 1$ *cm* albo innych tego rzędu (nie może być zbyt mały).
4) Drut nawojowy, np. z zepsutego transformatora dzwonkowego, o średnicy rzędu 0,15–0,30 *mm*.
5) Bateryjka 4,5 *V*.
6) Drobne materiały pomocnicze: nitka, kawałek drewna, tekturka, sklejka, dobry klej (np. Butakol lub stolarski).
Macie już wszystko? Przystępujemy więc do następnego etapu, czyli

ROBIMY WAHADEŁKO

Zaczynamy od szpulki. Możemy ją zrobić z krótkiego kawałka kija od szczotki (około 1,5 *cm*), do którego przyklejamy dwa tekturowe krążki o średnicy około 5 *cm* (zależnie od grubości drutu). Dla pewności możemy przybić je gwoździkami, które po nawinięciu drutu wyjmiemy. Nawijamy dwa uzwojenia po około 1000 zwojów. Całość przymocujemy do kawałka sklejki, w którym zrobimy cztery otworki i wbijemy cztery kawałki grubego drutu miedzianego. Do nich przylutujemy elementy układu zgodnie ze schematem. Całość będzie wyglądała mniej więcej, jak na rysunku.





CO NAM WYSZŁO?

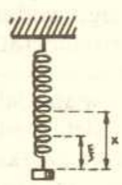
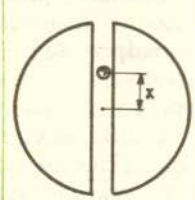
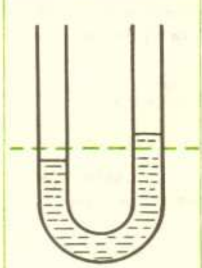
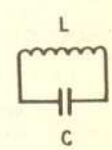
Układ elektroniczny, który zbudowaliśmy, nazywa się generatorem samodławnym. Wytwarza on jednorazowy impuls prądu po pobudzeniu go z zewnątrz. Bez pobudzenia prąd przez tranzystor praktycznie nie płynie. A teraz zawiesimy nad cewką generatora magnesik na nitce jednym z biegunów w dół i wprawimy go w ruch wahadłowy.
Poruszający się magnes będzie indukował w cewce napięcie, pobudzając generator samodławny. Impulsy prądu będą przyciągały lub odpychały magnesik, zmieniając efektywną wartość g we wzorze na okres wahadła:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Będzie ono w ten sposób pobudzane parametrycznie i amplituda jego wahań ustali się. Gdyby wahadełko nie działało, należy zmienić końcówki jednego z uzwojeń. Jeżeli przykryjecie całe urządzenie pokrywką tekturową, trudno będzie odgadnąć niewtajemniczonym, co w nim siedzi i popędza wahadełko. Powodzenia!
I koniecznie napiszcie, jak Wam się udało.

Rozwiązanie zadań F6.

Rozwiążemy zadania jednocześnie przedstawiając kolejne kroki rozumowania w tabelce.

	Zadanie I	Zadanie II	Zadanie III	Zadanie IV
Oznaczenia	x — rozciągnięcie sprężyny	G — stała grawitacyjna ϱ — gęstość Ziemi M_x — masa kuli o promieniu x	S — pole powierzchni przekroju rurki ϱ — gęstość cieczy	V_c — spadek potencjału na kondensatorze $\mathcal{E}$ — siła elektromotoryczna samoindukcji I — natężenie prądu w obwodzie
Co jest obiektem poruszającym się	ciężarek o masie m	ciało o masie m	słup cieczy	elektrony
Szkic sytuacji				
położenie równowagi	$\xi = 0$, gdy równowaga sił przyciągania ziemskiego i sprężystości sprężyny $x_0 = \frac{mg}{k}$	środek Ziemi	jednakowy poziom cieczy w obu ramionach	Ładunek Q na okładkach kondensatora $= 0$
miara wychylenia z położenia równowagi	ξ — odległość ciężarka od punktu równowagi sił	odległość od środka Ziemi	odległość poziomu cieczy od położenia równowagi	ładunek Q na okładkach kondensatora
czynnik powodujący powrót do położenia równowagi	siła $F = mg - kx$	siła $F =$ $= -G \frac{m \cdot M_x}{x^2} \frac{x}{\lvert x \rvert} =$ $= -\left(\frac{4}{3} \pi G m \varrho\right) \cdot x$	siła $F = -2x \cdot S \cdot \varrho \cdot g$	V_c — potencjał na okładkach kondensatora $V_c = Q/C$
obliczenie przyspieszenia powrotu do położenia równowagi	$F = m \frac{d^2x}{dt^2}$ $x = mg/k + \xi$ $\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\frac{k}{m}\xi$	$F = m \frac{d^2x}{dt^2}$ $\frac{d^2x}{dt^2} =$ $= -\left(\frac{4}{3} \pi G \varrho\right) \cdot x$	$F = m \frac{d^2x}{dt^2}$ $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{2g}{l} \cdot x$	$\mathcal{E} = V_c$ $\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} =$ $= -L \frac{d^2Q}{dt^2}$ $\frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} Q$

Część II rozwiązania na str. 5

Rozwiązania — Gry

Zad. 1. Rzucamy monetę. Jeśli wypadnie orzeł — wybieramy strategię 1. Jeśli wypadnie reszka — rzucamy kostkę i o ile wypadnie szóstka, wybieramy strategię 1, a w pozostałych przypadkach strategię 2.

Zad. 2. Teoria proponuje stosować stale strategię 2, która pozwala oczekiwać wygranej średnio $\frac{1}{3}$ zapałki, co jest rozwiązaniem na krótką metę, przeciwnik bowiem z pewnością to zauważy i zacznie grać inaczej.

Zad. 3. a) Dla obu graczy optymalne są strategie $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, wartość gry wynosi $\frac{1}{2}$. b) Gra ma parę strategii czystych w równowadze — są to strategie (0,1) dla pierwszego i (1,0) dla drugiego; wartość gry wynosi 2. c) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ dla pierwszego i $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ dla drugiego; wartość gry: $\frac{5}{2}$.