Inni mówcy wskazali na niebezpieczeństwo istnienia w ***SCFRZR*** tak licznych funkcji bez pochodnej w żadnym punkcie. Zbiór tych złych funkcji jest gęsty w Stowarzyszeniu: dla każdej funkcji $f \in$ ***SCFRZR*** i dowolnej liczby $\varepsilon > 0$ istnieje taka funkcja $g \in$ ***SCFRZR*** nigdzie nie różniczkowalna, że

$$|f-g| < \varepsilon.$$

$|f-g|$ = kres górny zbioru liczb postaci $|f(x)-g(x)|$, gdzie $x$ należy do dziedziny funkcji $f$ i $g$.

Funkcje bez pochodnej w żadnym punkcie dosłownie oblepiają wszystkie inne funkcje, nawet te o pięknych tradycjach różniczkowych, jak funkcje różniczkowalne nieskończenie wiele razy i — jeszcze lepsze od nich — funkcje analityczne. Dobre funkcje zarażają się od funkcji nigdzie nie różniczkowalnych ich złymi manierami. Tak wielka liczebność tych funkcji może doprowadzić do inflacji w przestrzeni funkcji ciągłych. W wyniku dyskusji postanowiono rozpisać konkurs na taką reformę teorii różniczkowalności, by każda funkcja $f \in$ ***SCFRZR*** miała pochodne wszystkich rzędów. Koszty reformy pokryje Fundusz Wyobraźni Matematycznej.

R.S.

# Aktualności podstaw matematyki

Celem tego artykułu jest przedstawienie głównych kierunków rozwoju podstaw matematyki, głównie teorii mnogości. Obiektami tej teorii w ujęciu von Neumanna są klasy, wśród których wyróżnia się klasy właściwe oraz zbiory. Podejście to, jakkolwiek stanowiące postęp w stosunku do klasycznej teorii Zermelo-Fraenkla, jest obecnie niewystarczające. Współcześnie przyjmuje się istnienie różnego rodzaju przynależności do zbioru. Podstawowym pojęciem jest tu przynależność częściowa, tzw. „słabe bycie elementem" czy też „fragmentaryczne należenie do zbioru". Pojęcie to opiera się, jak łatwo zauważyć, o bardzo naturalne intuicje. Przykładowo: w wielu organizacjach obserwujemy podział członków na aktywnych i ideowych z jednej strony, a biernych i konformistycznych z drugiej. Ci pierwsi reprezentują tradycyjnie rozumiane pojęcie należenia, podczas gdy drudzy — właśnie słabe. Oczywiście intuicje te są odpowiednio uściślone i zaksjomatyzowane. Przytoczmy podstawowy pewnik: Istnieją takie $x$, $A$, $B$, że $x \notin A$ i $x \notin B$ i $x \in A \cup B$, czyli $x$ nie jest elementem ani $A$, ani $B$, natomiast jest elementem sumy tych zbiorów. Staje się on bardziej zrozumiały po wprowadzeniu pojęcia zbioru pustawego, mianowicie: $A$ jest pustawy, gdy każdy element należy do niego co najwyżej fragmentarycznie. Przynależność fragmentaryczną zapisuje się symbolicznie: $x \in_f A$ (z angielskiego *feeble* $\in$ — słabo należy). Przytoczony aksjomat mówi zatem, że istnieją zbiory pustawe, których suma nie jest pustawa. Sytuacja taka, intuicyjnie biorąc, zdarza się wtedy, kiedy $x$ nie należy wprawdzie ani do $A$, ani do $B$, lecz należy fragmentarycznie do obu tych zbiorów w taki sposób, że jedna jego część leży w zbiorze $A$, druga w $B$, a obie razem stanowią już cały element $x$. Symbolem Op $(A)$ oznaczamy zbiór elementów częściowo należących do $A$, tzw. zbiór elementów oportunistycznych względem $A$. Badania wykazały, że elementy zbioru są na ogół oportunistyczne, dokładniejsze jednak zrozumienie tego faktu wymaga znajomości systemów logicznych odmiennych od logiki dwuwartościowej. Systemy te przeżywają obecnie bujny rozkwit. Wspomnieć tu należy przede wszystkim o pracy I. A. Trieszczinina *Some results of zerovalues logics* — podstawowej monografii z dziedziny logiki zerowartościowej (tzw. bezwartościowej). W wielu ośrodkach trwają badania nad ujemnowartościowymi logikami. Zadaniem przyszłości jest stworzenie syntetycznej teorii, sumującej osiągnięcia wymienionych kierunków.

P.T.

**Rozwiązanie zadania F4.**
Po zamknięciu klucza $K$ będzie płynął w obwodzie prąd do chwili wyrównania się napięć kondensatorów. W tym momencie ładunek znajdujący się początkowo w pierwszym kondensatorze ($q_0 = C_1 \cdot U_0$), rozdzieli się na dwa kondensatory:

$$C_1 U_0 = (C_1 + C_2) U,$$

gdzie $U_0$ — początkowe napięcie na pierwszym kondensatorze, $U$ — napięcie na kondensatorach po wyrównaniu się potencjałów.

Energia początkowa układu wynosi:

$$E_0 = \frac{C_1 U_0^2}{2},$$

energia końcowa układu wynosi:

$$E = \frac{(C_1 + C_2) U^2}{2} = \frac{C_1^2 U_0^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

Zgodnie z zasadą zachowania energii, ilość ciepła, jaka wydzieli się na oporniku podczas całego procesu wyrównywania się napięć, będzie równa:

$$Q = E_0 - E = \frac{1}{2} \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} U_0^2.$$

Zgodnie z warunkami zadania

$$Q = \frac{1}{2} E_0, \quad \text{zatem} \quad C_1 = C_2.$$

Ilość ciepła wydzielona na oporniku R nie zależy od jego oporu. Jeżeli $C_1 = C_2$, warunki zadania są spełnione przy dowolnej wartości $R$. Kondensatory produkcji przemysłowej oznaczane są symbolami barwnymi, różnymi dla różnych wartości pojemności. Kondensatory o jednakowych pojemnościach będą oznaczone tymi samymi kolorami. Pierwsze pytanie zadania pozostaje więc bez odpowiedzi, na drugie odpowiedź jest jednoznaczna.