

Niech R będzie relacją porządkującą A i niech X będzie podzbiorem A , różnym od A lub równym A . Element x zbioru X nazywamy pierwszym elementem tego zbioru, jeśli każdy element X jest późniejszy od x . Tak np. w przykładzie (i) każdy niepusty podzbiór A ma pierwszy element: jest to mianowicie najmniejsza liczba należąca do tego podzbioru. Podobnie jest w przykładzie (iii): aby otrzymać pierwszy element zbioru X , rozpatrujemy te liczby należące do X , które mają możliwie najmniejszą liczbę czynników pierwszych i wybieramy spośród nich liczbę najmniejszą. Również w przykładzie (v) każdy niepusty podzbiór zbioru A ma element pierwszy, jak to Czytelnik zechce sam sprawdzić. W przykładzie (iii) tylko skończone podzbiory X zbioru A mają elementy pierwsze. Liczba x jest bowiem elementem pierwszym zbioru X , gdy jest największą liczbą tego zbioru.

Możemy teraz podać określenie zbioru dobrze uporządkowanego. Mówimy, że zbiór A jest dobrze uporządkowany przez relację R , jeśli spełnione są dwa warunki:

- (1) Relacja R porządkuje A ;
- (2) Każdy niepusty podzbiór A ma element pierwszy.

Korzystając z przedyskutowanych wyżej przykładów (i) — (v) Czytelnik może teraz podać przykłady zbiorów dobrze uporządkowanych, jak też przykłady zbiorów uporządkowanych, które nie są dobrze uporządkowane.

Samo podanie definicji nie stanowi jeszcze pełnej odpowiedzi na pytanie, czym są zbiory dobrze uporządkowane. Pełną odpowiedź uzyskujemy dopiero zapoznając się z rolą, jaką to pojęcie odgrywa w matematyce, jakie są jego własności, zastosowania i do jakich ogólniejszych problemów prowadzi jego dyskusowanie.

Pewne uwagi na ten temat przyniesie druga część artykułu, która znajdzie się w następnym numerze.

O podstawach holografii

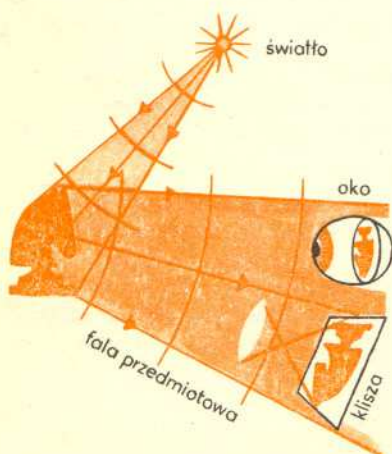
prof. dr Bohdan KARCZEWSKI

Słowo „holografia” nie powinno dziś być Czytelnikowi obce. Występuje ono bowiem bardzo często nie tylko na łamach poważnych czasopism naukowych, ale zdołało już trafić do piśmiennictwa popularno-naukowego, a nawet do prasy codziennej. Dlaczego termin niewątpliwie naukowy coraz bardziej się upowszechnia i dla coraz większego grona ludzi nabiera treści znaczących? Odpowiedź na to pytanie jest celem naszego artykułu.

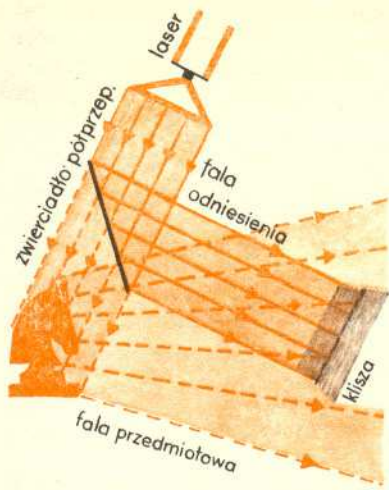
Wszystko zaczęło się w 1948 r., kiedy to Denis Gabor, fizyk angielski pochodzenia węgierskiego, zaproponował nową, dwuetapową metodę otrzymywania obrazów optycznych. Źródła teoretyczne pomysłu Gabora tkwiły we wcześniejszych pracach W. L. Bragga i polskiego fizyka M. Wolfkego. Metoda ta w sposób zasadniczy różniła się od klasycznej fotografii. Okazało się jednak bardzo szybko, iż idea Gabora była tak trudna w realizacji doświadczalnej, że nie wróżono jej przyszłości. Zasadniczy zwrot nastąpił w latach 1962–1964 dzięki badaniom fizyków amerykańskich. E. N. Leitha i J. Upatnieksa, oraz fizyka radzieckiego J. N. Denisiuka. Uczonym tym udało się nie tylko usunąć wszystkie niedomogi oryginalnego pomysłu Gabora, ale też pomysł ów niesłychanie wzbogacić i, co więcej, ukazać jego olbrzymie znaczenie praktyczne.

Od tego czasu datuje się bujny rozkwit badań nad dwuetapową metodą otrzymywania obrazów optycznych, zwaną inaczej metodą rekonstrukcji frontu falowego, lub krócej — holografia. Aby dobrze zrozumieć istotę holografii, tym bowiem gaborowskim określeniem będziemy się dalej posługiwali, zastanówmy się przez chwilę nad tym, jak widzimy różne przedmioty w naturze i co z tego możemy zarejestrować klasycznymi metodami na kliszy fotograficznej.

Każdy przedmiot możemy traktować jako składający się z wielkiej liczby punktów rozpraszających lub promieniujących światło. Fale pochodzące od tych punktów składają się w sumie na bardzo złożoną tzw. falę przedmiotową. Soczewki oczne przekształcają tę falę tak, że na siatkówkach oczu powstają mało różniące się obrazy (płaskie) przedmiotu, dzięki czemu mózg nasz odbiera przestrzenny jego obraz. Zmieniając punkt widzenia lub obracając przedmiot, możemy go oglądać z dowolnej strony (rys. 1).



Rys. 1



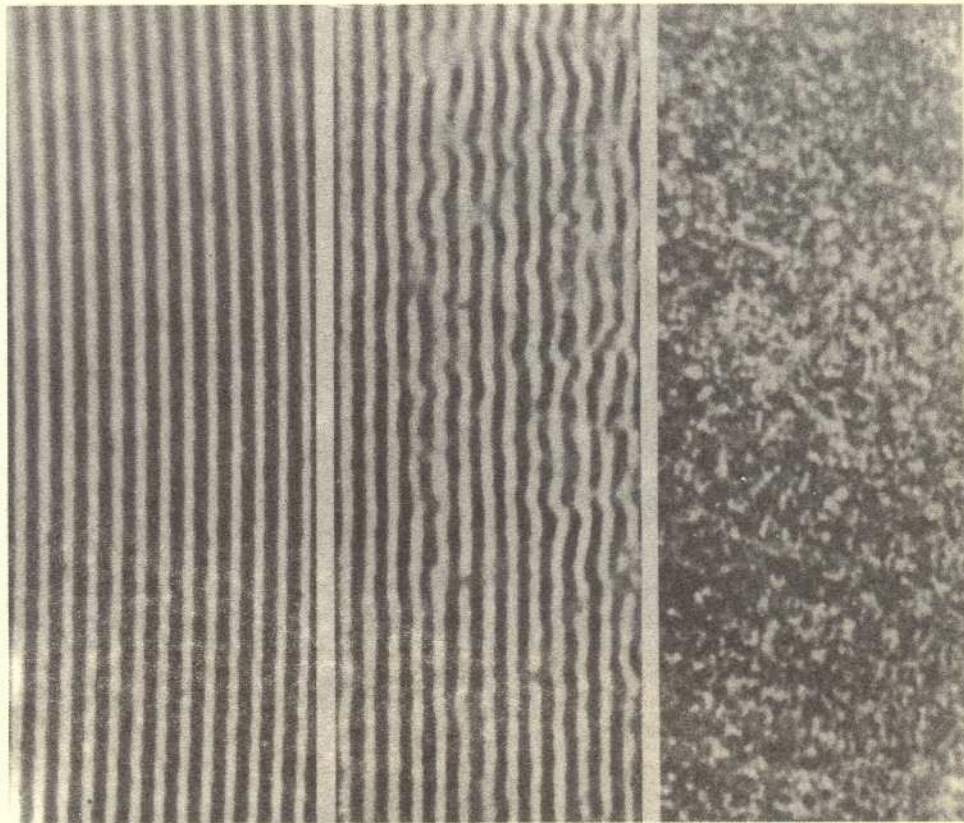
Rys. 2

Klasyczna fotografia ma znacznie uboższe możliwości. Obiekt w aparacie fotograficznego przekształca falę przedmiotową tak, że tworzy ona obraz przedmiotu. Obraz ten rejestruje się na płaskiej kliszy (podlegającej dalszej wiadomej obróbce). Lapidarnie możemy powiedzieć, że zdjęcie fotograficzne to nic innego, jak **dwuwymiarowy** zapis rozkładu natężenia światła w obrazie przedmiotu. Kiedy patrzymy na zdjęcie, do naszych oczu dociera więc fala niosąca znacznie mniej informacji o przedmiocie (bo tylko o płaskim jego obrazie), niż fala biegnąca bezpośrednio od niego. I choć można wykonać dwa zdjęcia tego samego obiektu, które oglądane razem za pomocą specjalnego urządzenia (tzw. stereoskopu) sprawiają wrażenie bryłowości tego, co jest na tych zdjęciach, nie rozszerza to bynajmniej w sposób istotny możliwości klasycznej fotografii. Bez względu bowiem na to, jak byśmy patrzyli na zdjęcia, zawsze będziemy na nich widzieli przedmiot z jednej tylko strony — z tej, z której został sfotografowany.

Czy wobec tego istnieje możliwość zarejestrowania fali przedmiotowej na kliszy tak, aby przy oglądaniu jej powstała fala będąca dokładną kopią (rekonstrukcją) pierwotnej fali przedmiotowej? Tak, istnieje, pod warunkiem wszak, że wykorzystamy odpowiednie zjawiska fizyczne pozwalające zarejestrować na kliszy wszystko to, co do rekonstrukcji pierwotnej fali przedmiotowej jest niezbędne (a więc nie tylko rozkład jej natężenia), i że będziemy umieli z tak zarejestrowanego obrazu falę tę odtworzyć. Metoda taka to właśnie holografia, a zjawiska, które wykorzystuje do pełnej rejestracji i rekonstrukcji fali przedmiotowej — to znane zjawiska interferencji i dyfrakcji światła.

Holografia jest procesem zasadniczo odmiennym od tradycyjnej fotografii. Proces holograficzny składa się z dwóch etapów.

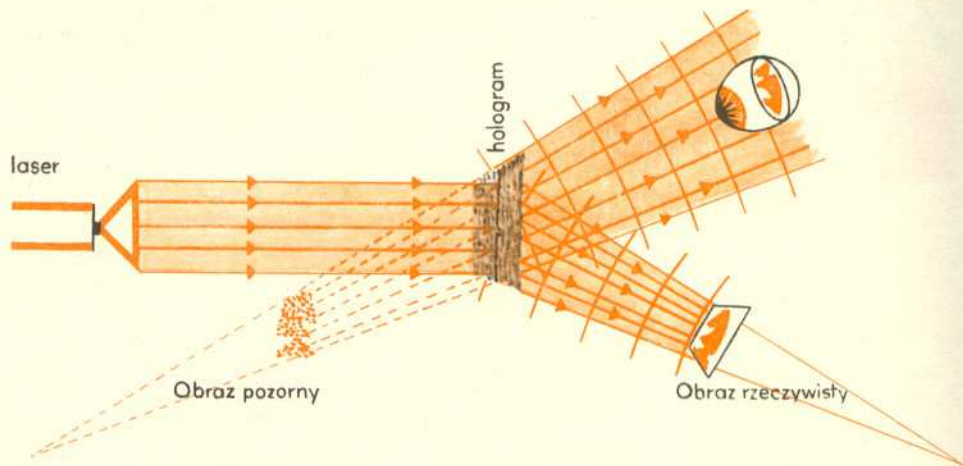
Etap pierwszy polega na **zarejestrowaniu** na płaskiej kliszy obrazu interferencji fali przedmiotowej P z tzw. falą odniesienia O (którą można uzyskać przez podział wiązki oświetlającej — rys. 2.). Kliszę, na której zarejestrowany jest ten właśnie obraz nazywamy za Gaborem hologramem. Obraz interferencji fal P i O to układ jasnych i ciemnych prążków, w którym trudno dopatrzeć się jakiegokolwiek podobieństwa do przedmiotu (rys. 3.). Niemniej ten



Rys. 3

pozornie nieregularny układ rozmytych i jakby postrzępionych prążków zawiera wszystkie informacje o fali przedmiotowej. Trzeba go tylko „odczytać”, co bynajmniej nie jest wcale już takie trudne.

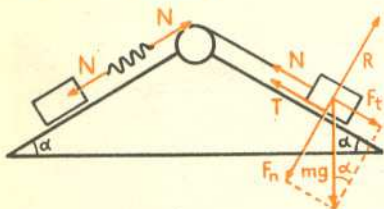
Etap drugi to właśnie „odczytanie” hologramu, czyli — *rekonstrukcja fali przedmiotowej*. Na hologram, z racji jego prążkowej budowy, możemy patrzeć jak na wielki zbiór nałożonych na siebie siatek dyfrakcyjnych. Jeśli więc oświetlimy go falą taką samą jak poprzednio użyta fala odniesienia, to fala ta ulegnie na nim dyfrakcji. W wyniku interferencji wiązek ugiętych na takiej globalnej siatce dyfrakcyjnej otrzymamy m.in. falę identyczną z pierwotną falą przedmiotową P (rys. 4, por. rys. 1 i 2). Fala ta padając na siatkówkę oczu obserwatora



Rys. 4



Rozwiązanie zadania F 2.
Na każdy z klocek działa siła ciężkości mg , siła tarcia T , siła naciągu linki N oraz siła reakcji równi R . Wygodnie jest rozłożyć siłę ciężkości na równoważne jej składowe: F_n — siłę dociskającą ciało do równi oraz F_t — siłę zsuwającą.



Siły F_n i R równoważą się, gdyż klocek może poruszać się tylko wzdłuż równi. Przejdźmy do wartości liczbowych. W kierunku stycznym do równi działają więc tylko siły $F_t = mg \sin \alpha$, szukana siła N oraz siła tarcia równa z definicji $T = \mu F_n$. Po wyrażeniu siły nacisku F_n przez siłę ciężkości i kąt nachylenia równi otrzymujemy ostatecznie

$$(1) \quad T = \mu mg \cos \alpha.$$

W celu obliczenia siły N rozpatrzmy warunki równowagi układu. Z symetrii wynika, że układ ciał pozostaje w równowadze niezależnie od wielkości działających sił N , F_t i T . Możemy jednak napisać warunek równowagi dla pojedynczego ciała: suma sił działających równa jest zeru a więc

$$(2) \quad F_n = R, \\ N + T - mg \sin \alpha = 0.$$

Z równania (2), po podstawieniu wartości T z równania (1) otrzymujemy

$$(3) \quad N = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Pozostaje więc tylko zastanowić się nad tym, co wskazuje dynamometr. Na sprężynę działają dwie jednakowe siły N (rys. 2). Linka działa na klocek z siłą N , a więc na mocy III zasady dynamiki taką samą siłą, lecz przeciwnie skierowaną działa klocek na linkę; jest to siła N skierowana w dół na rys. 2. Na górny koniec sprężyny działa do góry także siła N ; jest to siła, z jaką klocek znajdujący się z prawej strony działa na linkę. W wyniku działania obu tych sił sprężyna nie porusza się (suma sił równa jest zeru), ale jest napięta siłą N . Tę właśnie siłę wskaże dynamometr.

Rozwiązanie jest błędne, patrz strona 6

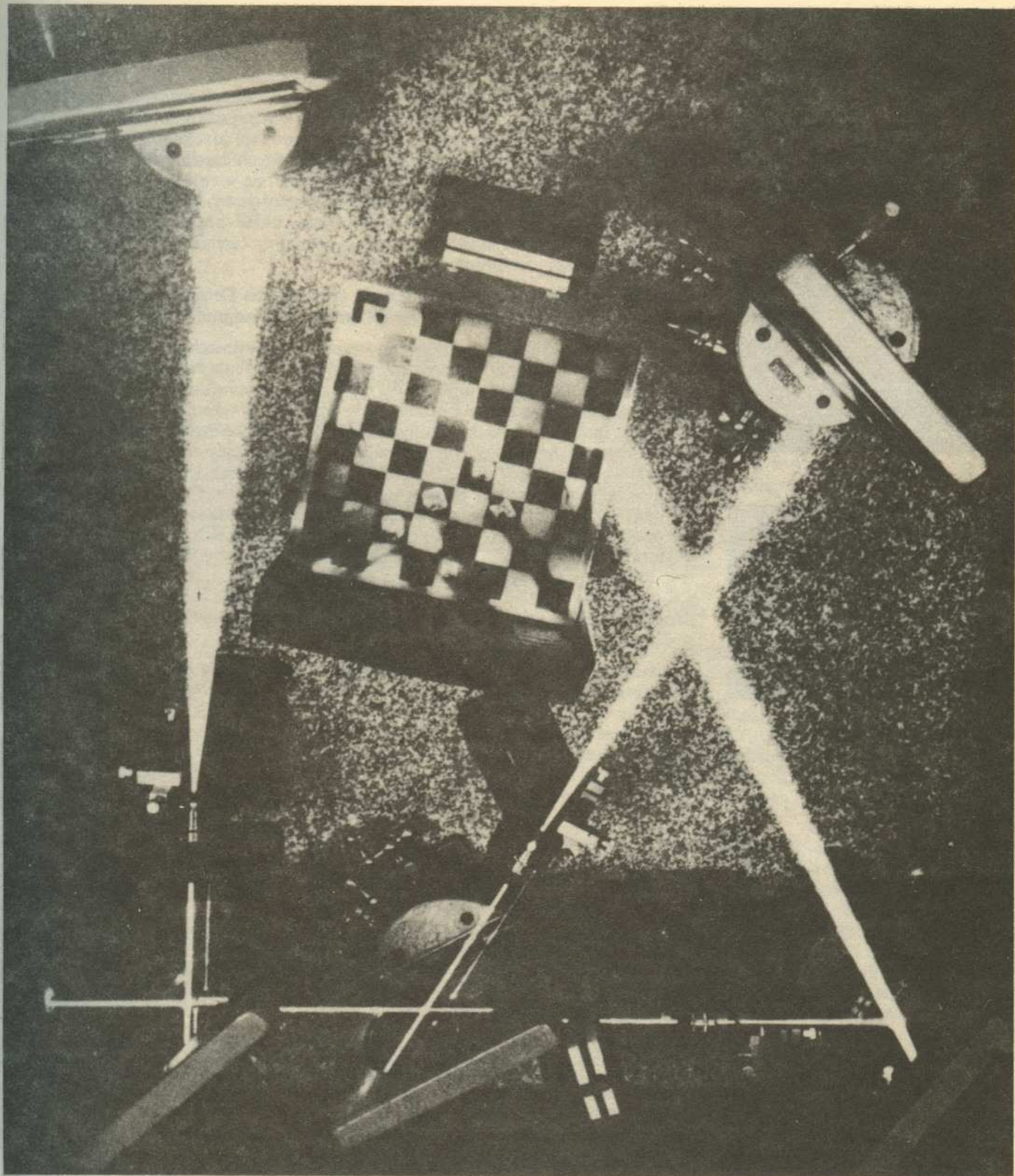
(po przekształceniu przez soczewki oczne) wywoła w nim wrażenie pełnego, trójwymiarowego oglądu przedmiotu. Widziany obraz jest obrazem trójwymiarowym, przestrzennym, do złudzenia przypominającym holografowany przedmiot. Tak to, posługując się dwuwymiarowym hologramem, otrzymujemy obraz trójwymiarowy. Proces holograficzny kończy się więc uzyskaniem pierwotnej fali przedmiotowej, a nie otrzymaniem dwuwymiarowego rozkładu natężenia w obrazie przedmiotu, jak w klasycznej fotografii.

Na uwagę zasługuje fakt, że ani przy rejestracji, ani przy rekonstrukcji fali przedmiotowej nie były potrzebne żadne soczewki dla wytwarzania jakichkolwiek obrazów (w technice holograficznej używa się wprawdzie soczewek, ale jedynie po to, aby wiązkom nadać odpowiednią szerokość i rozwartość). Z tego względu holografia nosi czasem nazwę bezsoczewkowej metody otrzymywania obrazów.

Zakładaliśmy dotychczas milcząco, że fala P i O są spójne (a więc — że stanowią nieprzerwane ciągi falowe o dostatecznie dużej długości), a zatem są zdolne do interferencji. W przeciwnym razie, w wyniku nałożenia się tych fal, klisza uległaby mniej więcej równomiernemu zaczernieniu i hologram w zdefiniowanym wyżej sensie w ogóle by nie powstał. Dlatego właśnie w holografii najdogodniejszym źródłem światła (i do otrzymania hologramu, i do jego oglądania) jest laser (jak to zaznaczyliśmy na rysunkach), który od razu emituje światło o wysokim stopniu spójności.

Aby zrekonstruowana fala przedmiotowa była bogata, tzn. aby zawierała maksymalną ilość informacji o przedmiocie, sam przedmiot musi być jak najdokładniej, jak najwszechstronnie oświetlony (ściśle rzecz biorąc, każdy punkt przedmiotu powinien być oświetlony możliwie ze wszystkich stron), a ponadto na kliszę, na której rejestruje się pierwotną falę przedmiotową, powinny padać fale o dużym natężeniu od wszystkich punktów przedmiotu. Ten ostatni cel można osiągnąć przez wstawienie odpowiedniego rozpraszacza światła we właściwym miejscu (lub miejscach) wiązki przedmiotowej (pierwotnej). Wówczas fale rozproszone przez wszystkie punkty obiektu, interferując z falą odniesienia, spowodują, iż każdy, bardzo mały nawet, obszar hologramu będzie zawierał informacje o całym przedmiocie. Jeśli zatem potniemy hologram na niewielkie, nawet nieregularne części, to będziemy mogli znowu uzyskać obraz całego przedmiotu używając tylko jednej z takich części hologramu. Natomiast nie sposób orzec jedynie na podstawie kawałka zdjęcia fotograficznego, co to zdjęcie przedstawia.

Jest to istotna różnica między holografia a fotografią. Na tym jednak nie koniec. Jeśli rekonstrukcji fali przedmiotowej dokonujemy za pomocą całego hologramu, to wierność odtworzenia jest wprost zadziwiająca (choć, oczywiście, nie idealna, co w znacznej mierze zależy m.in. od jakości użytych materiałów fotograficznych). Obraz przedmiotu widać przez hologram jak „żywy” przedmiot, w trzech wymiarach. Zmieniając odpowiednio swe położenie, obserwator może



Rys. 5

widzieć obiekt z coraz to innej strony. Zastosowanie rozpraszacza światła umożliwia wówczas zapis wielu hologramów na jednej kliszy. Można więc śmiało powiedzieć, że hologram jest równoważny tysiącom fotografii.

Rys. 5 przedstawia pełny holograficzny układ doświadczalny spełniający powyższe wymogi. Obiektem holografowanym jest szachownica ze znajdującymi się na niej figurami. Rys. 6 przedstawia obrazy uzyskane z jednego hologramu tej szachownicy oglądane przez obserwatora z trzech różnych kierunków. Obrazy te dobitnie ilustrują, co oznacza pełny ogląd przedmiotu.



Rys. 6

Do tej pory uwagę naszą koncentrowaliśmy na tzw. holografii jednobarwnej. Fala przedmiotowa, zarówno pierwotna, jak i rekonstruowana miały jednakową częstość drgań. Możliwa jest jednak też holografia wielobarwna. W tym przypadku posługujemy się trzema (lub więcej) falami świetlnymi o różnych częstościach drgań, czyli posługujemy się światłem o trzech różnych barwach. Proces holograficzny przebiega tu podobnie jak w przypadku holografii jednobarwnej. Różnica polega na tym, że zarówno fala przedmiotowa, jak fala odniesienia składają się z trzech składowych o różnych częstościach drgań. W tym przypadku obraz interferencyjny rejestruje się w emulsji fotograficznej o dostatecznej grubości (jest to tzw. hologram objętościowy, który stanowi nie płaski, jak poprzednio, ale przestrzenny skomplikowany układ prążków interferencyjnych). Taka technika pozwala w sposób znacznie pełniejszy zarejestrować wszystkie cechy pierwotnej wiązki przedmiotowej.

Czytelnik zapewne już dostrzegł piękno i prostotę idei Denisa Gaborá. Nic tedy dziwnego, że za wynalezienie holografii otrzymał on nagrodę Nobla.

Na zakończenie kilka słów o przykładowych zastosowaniach holografii. W chwili obecnej najwyższą rangę w dziedzinie zastosowań zdobyła interferometria holograficzna. Dzięki niej można mierzyć bardzo małe odkształcenia różnych ciał i na tej podstawie wyznaczać działające w tych ciałach naprężenia. Za pomocą holografii możemy również dokonywać analizy drgań różnych obiektów. Pomiar i obserwacje możemy przy tym prowadzić w sposób ciągły w czasie, co jest niemożliwe w przypadku interferometrii konwencjonalnej. Holografia znajduje również zastosowanie przy magazynowaniu informacji oraz w różnych układach identyfikacyjnych i kodujących. Bardzo obiecująco przedstawiają się perspektywy zastosowań holografii do produkcji układów scalonych, stosowanych we wszystkich nowoczesnych zakładach elektronicznych. Żywiłowo rozwija się tzw. holografia akustyczna, oparta na tych samych ideach, co omówiona przez nas holografia świetlna (a wykorzystująca zamiast światła — fale dźwiękowe). Szczególnie obiecująco zapowiadają się zastosowania holografii ultradźwiękowej w diagnostyce medycznej.

Być może w niedalekiej przyszłości holografii będziemy też zawdzięczać trójwymiarową kolorową telewizję i trójwymiarowe kolorowe kino.

Ciekawe i nie tylko

Otwierając niniejszą rubrykę na łamach naszego czasopisma, warto chyba pokusić się o jakieś podsumowanie dotychczasowej tematyki artykułów dotyczących fizyki, jakie ukazywały się w ostatnich miesiącach na łamach dostępnych w naszych kioskach i bibliotekach czasopism naukowych. Wszystkich tematów wymienić oczywiście nie sposób, ponieważ sam tylko spis poszczególnych dziedzin fizyki i astronomii zajął w numerze sierpniowym miesięcznika „Physics Today” około dziewięciu stron.

Na szczęście istnieje jednak możliwość podziału na tematy bardziej i mniej interesujące i zaanonsowania tylko tych pierwszych. Jak nietrudno się domyślić, będą to przeważnie tematy dotyczące zjawisk nowych, nierzadko zagadkowych i w związku z tym bardziej fascynujących. Do takich tematów można najprawdopodobniej zaliczyć syntezę termojądrową wywołaną przy użyciu laserów, „czarne dziury” i fale grawitacyjne.

Na temat możliwości wywołania syntezy termojądrowej poprzez zgęszczanie przy jednoczesnym ogrzewaniu kropelek deuteru i trytu przy pomocy impulsów światła laserowego piszą „Problemy” nr 5/73 i „Physics Today” nr 8/73. „Czarne dziury” — fascynujące obiekty kosmiczne, których istnienia jak na razie nie udało się jeszcze dowiedzieć z całą pewnością, często goszczą na łamach czasopism popularno-naukowych. Piszą o nich m. in. „Problemy” nr 10/72 i „New Scientist” nr 847 i 858/73. Problem promieniowania grawitacyjnego i poszukiwanie jego fal przez Josepha Webera są ściśle związane z problemem „czarnych dziur”, ponieważ teoria przewiduje, iż jednym ze źródeł fal grawitacyjnych powinny być właśnie zderzenia „czarnych dziur”. Literatura na ten temat jest dosyć obszerna („Problemy” nr 8/72, 4/73 i 9/73, „Priroda” 5/73), niestety ostatnie doniesienia na ten temat wydają się świadczyć, że wskazania aparatury Webera nie dają jednoznacznej odpowiedzi na temat istnienia tych fal.

Jak wiadomo jednak, rzeczy ciekawych można się dowiedzieć nie tylko badając zjawiska czy obiekty, które żyją zaledwie w hipotezach uczonych. „Priroda” nr 4/73 przynosi bardzo ciekawy artykuł o znanych od tysiącleci piorunach kulistych, a „Scientific American” nr 1/73 poszerza nasze wiadomości o zwykłych płatkach śniegu. Utańczyło się mniemanie, że płatki te mają kształt gwiazdki sześcioramiennej, ułożonej jakby z gałązek świerkowych. Okazuje się, że zależnie od