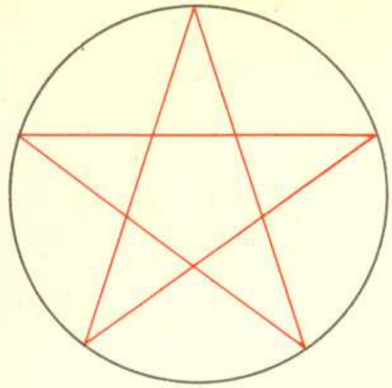


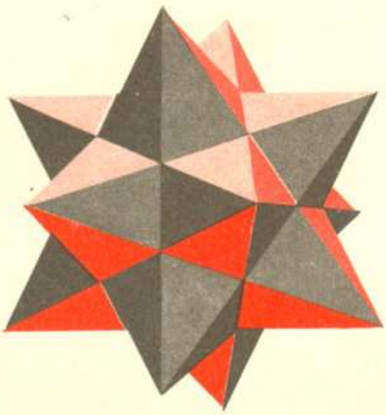
pięciokąt foremny gwiaździsty

elementy $\mathbf{C}_8$: $k \cdot \mathbf{w} + l \cdot \mathbf{w} = (k \oplus l) \cdot \mathbf{w}$. Stąd dla $n = 8k + r (0 \leqslant r < 8)$ część ułamkowa długości wektora $n \cdot \mathbf{w}$ wynosi $r \cdot \frac{1}{8}$.

4.
W grupie $\mathbf{C}_{24}$ (doba ma *24* godziny)
$\underbrace{1 \oplus 1 \oplus \ldots \oplus 1}_{150 \text{ razy}} = 6.$
Oznacza to, że termin następnej warty wypada o *6* godzin później niż warty poprzedniej. W tej samej grupie $6 \oplus 6 \oplus 6 \oplus 6 \oplus 6 \oplus 6 = 6$, więc szósta warta wypadnie o *6* godzin później niż pierwsza.

5.
Numery dni tygodnia należy dodawać tak, jak elementy grupy $\mathbf{C}_7$. W tej grupie
$\underbrace{1 \oplus 1 \oplus \ldots \oplus 1}_{30 \text{ razy}} = 2$ a $\underbrace{1 \oplus 1 \oplus \ldots \oplus 1}_{99 \text{ razy}} = 1$

6.
Stwierdziliśmy, że ostatnie cyfry liczby 2^n powtarzają się cyklicznie przy zmianie n o *4*. Można więc zastąpić wykładnik n przez element
$\underbrace{1 \oplus 1 \oplus \ldots \oplus 1}_{n \text{ razy}}$ grupy $\mathbf{C}_4$, a $\underbrace{1 \oplus 1 \oplus \ldots \oplus 1}_{1001 \text{ razy}} = 1.$
Stąd ostatnią cyfrą jest *2*.
Jak więc widzimy, rozwiązanie każdego z naszych zadań polegało na wykonaniu pewnych działań w odpowiednio dobranej grupie cyklicznej $\mathbf{C}_n$.



dwunastościan gwiaździsty mały

Łamana zwyczajna to taka, która (mówiąc po prostu) nie przecina się sama ze sobą.

Wielościany gwiaździste

Jeśli przy definiowaniu wielokąta zrezygnujemy z warunku, aby łamana tworząca go była zwyczajna, otrzymamy nową klasę wielokątów foremnych, tzw. gwiaździstych.

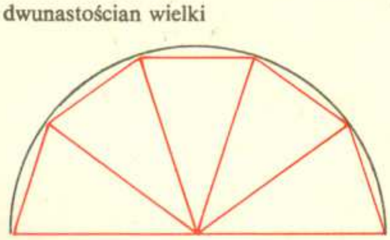
Co otrzymamy, jeśli pójdziemy dalej i dopuścimy, aby takie wielokąty były ścianami wielościanów, rezygnując przy tym z analogicznego warunku, który ścianom wielościanów nie pozwalał przecinać się ze sobą? Otóż wtedy do grona znanych nam wielościanów foremnych (czworościan, sześcian, ośmiościan, dwunastościan i dwudziestościan foremny) dojdą jeszcze cztery.

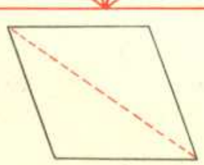
Zauważmy, że jeżeli w pięciokącie foremnym odpowiednio przedłużymy boki, to otrzymamy pięciokąt foremny gwiaździsty. Wykorzystamy to przy konstrukcji pierwszego wielościanu. Weźmy więc dwunastościan foremny, którego ścianami są pięciokąty i przedłużmy jego krawędzie aż do ich przecięcia. Otrzymamy w ten sposób dwunastościan gwiaździsty mały. Pamiętajmy czym są jego ściany! Ponieważ łamana, która tworzy pięciokąt gwiaździsty, nie rozcina płaszczyzny na dwie rozłączne figury, więc nie możemy tu mówić o wielokącie, jako o części płaszczyzny ograniczonej łamaną. Tak więc wielościan ten jest zbudowany wyłącznie z odcinków.

dwunastościan wielki

Drugi z kolei wielościan, dwunastościan wielki, otrzymamy przedłużając odpowiednio, również w dwunastościanie foremnym, jego ściany. Ścianami jego będą „normalne" pięciokąty, ale jak już wspominaliśmy, będą się one ze sobą przecinały.

Ponieważ obydwa te wielościany są bardzo efektowne, warto wykonać ich modele. Model pierwszego, zgodnie z poprzednimi uwagami, należałoby wykonać właściwie z drutu, patyczków itp. Byłoby to jednak trudniejsze technicznie, dlatego skonstruujemy model taki jak na rysunku, pamiętając jednak, że naprawdę liczą się tylko krawędzie. Nie będziemy podawać całej jego siatki, gdyż łatwiej jest wykonać dwanaście ostrosłupów i następnie połączyć je np. taśmą samolepiącą. Siatkę jednego ostrosłupa tworzy połowa dziesięciokąta foremnego, czego łatwy dowód pozostawiamy Czytelnikowi.





Przy drugim modelu będziemy się musieli nieco więcej napracować. Można wprawdzie wyciąć siatkę i skleić wielościan, jednak wpłynęłoby to ujemnie na jego trwałość. Dlatego proponujemy wyciąć trzydzieści przystających rombów o kącie ostrym 72°, naciąć i zgiąć wzdłuż dłuższej przekątnej, a następnie, kierując się rysunkiem, skleić model.

Jeśli, jako punkt wyjścia weźmiemy dwudziestościan foremny, w podobny sposób otrzymamy dwa pozostałe wielościany.

Uważny Czytelnik po sklejeniu obu modeli na pewno zauważy, jaki zachodzi związek pomiędzy tymi wielościanami.

J. B.