Nasi na Olimpiadzie

Redakcja zwróciła się z prośbą o opisanie swoich wrażeń z Olimpiady do jednego z jej uczestników — Piotra Bermana. Oto jego relacja.

Między 7 i 16 lipca br. braliśmy udział w XV Międzynarodowej Olimpiadzie Matematycznej w Moskwie. Oprócz drużyny polskiej było jeszcze 15 innych drużyn, w tym dwie uczestniczące po raz pierwszy — Francja i Finlandia.

Gdy w sobotę wieczorem przylecieliśmy do Moskwy, zostaliśmy zawiezieni do Hotelu Uniwersyteckiego, nowoczesnego wieżowca opodal zabudowań Uniwersytetu im. Łomonosowa (opodal tj. trochę ponad kilometr, w Moskwie oznacza to bardzo blisko). Pokoje dostaliśmy dwuosobowe, dość obszerne, z łazienkami. W ogóle locum było bardzo ładne, a sąsiedztwo przedstawicieli kilkunastu narodów w jednym budynku sprzyjało ożywionym kontaktom międzynarodowym.

Nazajutrz, czyli w niedzielę, odbyła się przejażdżka po mieście. Moskwa sprawia wrażenie swoim ogromem — o ile w Warszawie przebycie dziesięciu kilometrów w linii prostej z reguły wyprowadza na wolną przestrzeń, w Moskwie można przejechać całe dziesiątki kilometrów wśród wysokiej zabudowy.

W poniedziałek rozpoczęło się rozwiązywanie zadań. Zaraz po śniadaniu załadowaliśmy się do autobusów i pojechaliśmy z hotelu do szkoły, gdzie odbywały się zawody. Po wysłuchaniu krótkiego przemówienia, w którym członek radzieckiej Akademii Nauk Pedagogicznych prof. Markuszewicz dodał nam otuchy, twierdząc, że wszyscy wykonali już jedno zadanie — dojechali do miejsca (a trzeba przyznać, że rozwiązanie było znowu nie tak krótkie, a droga do wyniku wcale kręta), zasiedliśmy w ośmiu salach, gdzie czekały na nas koperty z tekstami zadań w ojczystym języku.

Pierwszego dnia zdecydowanie najtrudniejsze było zadanie trzecie. Żaden pomysł nie daje w nim natychmiastowego rozwiązania, trzeba się w nim było wykazać także sprawnością w liczeniu. Natomiast zadanie drugie było łatwe, ale zawierało „mały haczyk": niektórzy dowodzili, że zbiór M nie istnieje, a wśród nich był m.in. Paweł Kröger, gwiazda poprzedniej Olimpiady.

Następnego dnia sytuacja była podobna. Też było zadanie zdecydowanie najtrudniejsze —szóste, gdzie trzeba było wpaść na jeden, ale za to skomplikowany pomysł — i zadanie z „małym haczykiem". W tym przypadku (zadanie 4) haczyk polegał na tym, że trzeba było udowodnić m.in. pewien „oczywisty fakt" (że saper po przejściu znalezionej już optymalnej drogi rzeczywiście zbada całe pole). Zawodnicy polscy stracili na tym po 1—2 punkty.

Od momentu zakończenia pisania zadań bujnie rozkwitało międzynarodowe życie towarzyskie. Po pierwsze wypytywaliśmy się wzajemnie, ile zadań zrobiła każda drużyna (jak się okazało, niektórzy podawali zbyt dużo, za to Węgrzy byli przesadnie skromni) i jakie były rozwiązania. Nieco później zaczęliśmy rozmawiać także na inne tematy, a po paru dniach matematyka była wspominana sporadycznie.

Ciekawą stroną życia towarzyskiego były „imprezy sportowe", jak mecz piłki nożnej Polska — Jugosławia czy zawody brydżowe. Smutne nieco, że co mogliśmy, tośmy przegrali. I tak wynik meczu Polska — Jugosławia wyniósł 2:4, w meczu brydża sportowego Wielka Brytania — Polska zajęliśmy drugie miejsce, a w zawodach brydżowych siedmiu par, pary polskie zajęły miejsca 5 i 7 (zwyciężyli Francuzi, ponadto udział w zawodach wzięły: jeszcze jedna para Francuzów, jedna Szwedów, jedna Holendrów i mieszana para angielsko-fińska). Mimo niewielkich sukcesów wyniosłem z tych spotkań bardzo miłe wspomnienia.

Najważniejszą pozycją programu były wycieczki. Poza wzmiankowaną już przejażdżką po Moskwie odbyła się wycieczka statkiem po rzece Moskwie, zwiedziliśmy Galerię Puszkina, byliśmy w posiadłości hrabiów Szeremetiewów w miejscowości Archangielskoje (do nich należało około połowy pięknej kolekcji obrazów impresjonistów z Galerii Puszkina), zwiedziliśmy zespoły klasztorów i cerkwi w Zagorsku (ikony Rublowa!) i Rostowie Wielkim oraz, z tłumaczką Galą, zwiedziliśmy Kreml i Galerię Tretiakowską.

Najświetniejszym akcentem pobytu w Moskwie była uroczystość rozdania nagród. W Pałacu Pionierów po przemówieniach i oklaskach odbyło się wręczenie dyplomów, przerywane gęstymi owacjami. Wieczorem w hotelu odbyła się uroczysta kolacja. Grała muzyka, Walery Gusiew, najlepszy chyba śpiewak wśród matematyków (jeden z organizatorów) śpiewał romanse cygańskie, wszyscy tańczyli, szampan lał się strumieniami ... powiedzmy strumyczkami. Nikt nie mógł sobie przypomnieć równie wesołego zakończenia Olimpiady.

Zadaliśmy też dwa pytania Przewodniczącemu Delegacji Polskiej mgr Andrzejowi Mąkowskiemu i jego zastępcy dr Maciejowi Bryńskiemu.

Co Panowie mogą powiedzieć o wynikach tegorocznej Międzynarodowej Olimpiady Matematycznej?

W Olimpiadzie uczestniczyło 125 uczniów z 16 krajów, w tym tylko jedna uczennica (z Holandii). Jury ogłosiło jak zwykle jedynie listę zdobywców nagród I, II i III stopnia. Spośród uczestniczących w Olimpiadzie naszych 8 uczniów nagrody II stopnia zdobyli Grzegorz Andrzejczak z XII LO w Łodzi i Piotr Berman z XIV LO w Warszawie, nagrody zaś III stopnia Wojciech Banaszczyk z XII LO w Łodzi, Maciej Lewenstein z XIV LO w Warszawie, Adam Smólski z VI LO w Warszawie, Jerzy Weyman z IV LO w Toruniu. Potwierdziła się w ten sposób zasada, że uczeń polski nie zdobywa I nagrody dwukrotnie. Gdyby zsumować liczby punktów zdobytych przez uczestników poszczególnych drużyn, to nasza ekipa znalazłaby się na wysokim, czwartym miejscu.

Jak Panowie oceniają przygotowanie naszych uczniów do Olimpiady?

Zadanie 5, w którym występują pojęcia matematyki współczesnej nie sprawiało naszym uczniom kłopotów, natomiast zadania bardziej tradycyjne, wymagające długich przekształceń i wyobraźni rachunkowej (takie jak zad. 3 i 6) wypadły w naszej drużynie słabo.

Zadania olimpijskie

XV Międzynarodowa Olimpiada Matematyczna
Moskwa 9 lipca 1973 r.

1. Punkt O leży na prostej l; $\overrightarrow{OP_1}, \overrightarrow{OP_2}, \ldots, \overrightarrow{OP_n}$ są wektorami o długości 1, przy czym wszystkie punkty P leżą na płaszczyźnie zawierającej prostą l i po jednej stronie tej prostej.
Udowodnić, że jeżeli n jest liczbą nieparzystą, to $|\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+\ldots+\overrightarrow{OP_n}| > 1$, gdzie $|\overrightarrow{OM}|$ — długość wektora $\overrightarrow{OM}$.
2. Rozstrzygnąć, czy istnieje skończony zbiór M złożony z punktów przestrzeni, nie zawarty w jednej płaszczyźnie i taki, że dla każdych dwóch punktów $A, B \in M$ istnieją takie dwa inne punkty $C, D \in M$, że proste AB i CD są równoległe i różne.
3. Znaleźć minimalną wartość sumy a^2+b^2, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi, dla których równanie $x^4+ax^3+bx^2+ax+1=0$ ma co najmniej jeden pierwiastek rzeczywisty.

Na rozwiązywanie zadań przeznaczono 4 godziny.

10 lipca 1973 r.

4. Saper ma sprawdzić, czy na polu o kształcie trójkąta równobocznego (łącznie z brzegiem) znajdują się miny. Zasięg działania jego aparatu wykrywającego jest równy połowie wysokości trójkąta. Saper wyrusza z jednego jego wierzchołka. Jaką drogę powinien wybrać, by była ona najkrótsza i by zbadał całe pole?
5. Niepusty zbiór G funkcji zmiennej rzeczywistej x postaci $f(x) = ax+b$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi, $a \neq 0$ spełnia następujące warunki:
1) jeżeli $f, g \in G$, to $g \cdot f \in G$ gdzie $(g \cdot f)(x) = g(f(x))$ (zbiór jest domknięty ze względu na superpozycję czyli składanie funkcji),
2) jeżeli $f \in G$, gdzie $f(x) = ax+b$, to funkcja odwrotna $f^{-1} \in G$, gdzie $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$,
3) dla każdej funkcji $f \in G$ istnieje takie x_f, że $f(x_f) = x_f$. Udowodnić, że istnieje takie k, że $f(k) = k$ dla każdej funkcji $f \in G$.
6. Niech $a_1, a_2, \ldots, a_n$ będą danymi liczbami dodatnimi i q daną liczbą rzeczywistą, dla której zachodzi nierówność $0 < q < 1$. Znaleźć liczby rzeczywiste $b_1, b_2, \ldots, b_n$ spełniające warunki:
a) $a_k < b_k$ dla każdego k od 1 do n,
b) $q < \frac{b_{k+1}}{b_k} < \frac{1}{q}$ dla każdego k od 1 do $n-1$,
c) $b_1+b_2+\ldots+b_n < \frac{1+q}{1-q}(a_1+a_2+\ldots+a_n)$.

Na rozwiązywanie zadań przeznaczono 4 godziny.

WYNIKI

	Liczba nagród I	II	III	Liczba punktów
ZSRR	3	2	3	254
Węgry	1	2	5	215
NRD	—	3	4	188
Polska	—	2	4	174
Wielka Brytania	1	—	5	164
Francja	—	3	1	153
Czechosłowacja	—	1	4	149
Austria	—	—	6	144
Rumunia	—	1	3	141
Jugosławia	—	—	5	137
Szwecja	—	1	1	99
Holandia	—	—	2	96
Bułgaria	—	—	1	96
Finlandia	—	—	2	86
Mongolia	—	—	1	64
Kuba	—	—	1	42

Reprezentacja Kuby była mniej liczna — 5 osób, wobec 8 reprezentantów innych krajów.